

Matematika môže byť svetom porozumenia

(z myšlienok významných osobností)

Schopnosti rozumu



Odvtedy, čo sme si začali uvedomovať, že svet okolo nás nie je iba chaos, spoznávame stále vzrušujúcejšiu harmonickú súhru prírody s ľudským myslením. Medzi prvkami sveta a ich vlastnosťami existujú štruktúrované vzťahy, ktoré sme sa naučili odhaľovať triedením, meraním, počítaním. Ľudské myslenie je schopné združovať, idealizovať, odhaľovať súvislosti a kvantifikovať ich, abstrahovať i zovšeobecňovať, študovať vzory a vytvárať modely. Ľudia odhalili možnosti svojho jazyka, spôsob vyjadrovania i usudzovania. Spoluprácou sa dohodli na postupnosti argumentov, odvodení, ktoré prijímajú ako metódu dôkazov. **Medzi prírodou a človekom vybuodovali ľudia medziveset rozumu vo forme matematiky (P. Heintel).**

V staroveku



V šiestom storočí pred našim letopočtom **Pytagoras zo Samu** (asi 570–496 pred n. l.) na hudobných harmóniách spoznal, že súlad možno aritmeticky vyjadriť.

Číslo je podstatou všetkých vecí a celého kozmu. Koncom 5. storočia pred n. l.

Filolaos z Krotonu vytušil: *Všetko, čo sa dá poznať, má číslo, lebo bez neho nie je možné niečo si myslieť alebo poznať... Číslo je vodcom a pánom ľudského myslenia. Bez jeho sily by všetko zostalo tajuplné a nejasné.* Grécky filozof

Platón (427–347 pred n. l.) vedel, že *najušľachtilejšia sila našej duše je schopnosť, ktorá sa spolieha na meranie a výpočet.* Vnímal a popisoval nemenný svet duchovných podstát a ideí, ako podnet pre rozumové usudzovanie. Uznal, že *počty a merba vedú k rozumovému poznávaniu, k pravde a lepšiemu pochopeniu všetkých náuk.* Ukázal cestu k dokonalým abstrakciám a idealizovaným pojmom. *Matematika ponúka skvelý prostriedok pre objavenie právd, ktoré sú bez účasti rozumu nedostupné.* Nad vchodom Platónovej akadémie v Aténach bol vraj umiestnený nápis: **Nevstupuj, kto neovládaš geometriu.** To už vtedy v podstate znamenalo, že filozofovať môžu tí, ktorí v hľadaní pravdy sú schopní uplatňovať rozum a ideály. Aj aténsky rečník **Isokrates** (436–338 pred n. l.) ponúkal matematiku ako gymnastiku rozumu a prípravu pre filozofiu. Najuniverzálnejší antický mysliteľ **Aristoteles** (384–327 pred n. l.) oceňoval, že *na človeku je najpozoruhodnejšia jeho schopnosť myslieť.*

V priebehu dejín



Kultúra myslenia sa vytvárala v spoločenskom živote, v prostredí dialógu a riešenia problémov, vo vzťahu medzi skutočnosťou a jej opisom. Matematika sa „vkrádala“ do našich predstáv ako univerzálny prostriedok zdôvodneného usudzovania o príčinnosti faktov v abstraktnom hodnotiacom uvažovaní. Matematické poznávanie sa v priebehu dejín stávalo umením vnímať a prenášať ľudské myšlienky o abstraktných súvislostiach. Aj kresťanský teológ **Aurelius Augustinus** (354–439) vybadal: **Čísla sú formou Božej múdrosti prítomné vo svete... Všetko má tvary, pretože všetko má čísla. Odober im čísla a budú ničím...** **Boethius** (asi 480–524), rímsky štátnik a filozof, zistil: *Všetka náuka o pravde je zahrnutá v mnohosti a veľkosti... Nemôže dosiahnuť poznanie božských vecí ten, kto nie je vôbec zbehlý v matematike.* **Isidorus zo Sevilly** (7. stor.) vo svojich dielach, ktoré ovplyvnili stredovekú vzdelanosť, píše: *Od zvíerať a sa nelíši, kto nevie, ako sa počíta... Odober z vecí číslo a všetko sa zrúti do ničoty. Ak ulúpiš vekom číslo, do temnoty uvrhneš všetko.* Snahou o zjednotenie súdobej prírodovedy, filozofie a mystiky vynikol **Robert Grosseteste** (asi 1175–1253). Svetlo chápal ako formu i princíp pohybu. Zdôvodnil, že svet má matematickú povahu, lebo svetlo v ňom stanovilo geometriu. *Matematika je prvá z vied, bez ktorej nemožno popísať ostatné vedy.* Anglický stredoveký mysliteľ **Roger Bacon** (1214–1292) zdôraznil prísnosť matematických postupov: *Kto nedoceňuje výsledky matematiky, škodí celej vede, lebo ten, kto neovláda matematiku,*

nemôže poznať ostatné exaktné vedy a nemôže pochopiť svet. **Mikuláš Kuzánsky** (1401–1464), diplomat a cirkevný hodnostár, pochopil tajuplnosť ako orientačný bod pre usmernenie poznávacej aktivity. Ponúkal filozofiu prírody ako spojenie protikladov. *Všetko skúmanie je porovnávaním, lebo využíva pomer ako prostriedok... K poznaniu božských vecí je nám otvorená iba cesta prostredníctvom symbolov... Matematika nám najviac pomáha pri pochopení rozličných božských vecí.* Aj známy **Leonardo da Vinci** (1452–1519), maliar, sochár, architekt a vynálezca, uznal: *Žiadne ľudské bádanie si nemôže robiť nároky na to, že je skutočnou vedou, ak nepoužíva matematické dôkazy; nie je žiadna istota tam, kde nemožno aplikovať aspoň jednu z matematických disciplín... Najväčšiu radosť telu dáva svetlo slnka, najväčšiu radosť duchu - jas matematickej pravdy. Možno preto odporúča: Matematika je najväčšou potechou rozumu. Jej je treba dať prednosť pred ostatnými ľudskými bádaniami a vedami.* Známy prírodovedec **Galileo Galilei** (1564–1642) spojil výsledky experimentov s matematikou: *Filozofia sveta je obsiahnutá v grandióznej knihe, otvorenej pre všetkých – myslím tým knihu prírody. Porozumieť jej môže iba ten, kto sa naučí jej jazyk a písmo. Napísaná je jazykom matematiky a jej písmom sú matematické vzorce.* Priateľ vesmírnej harmónie **Johannes Kepler** (1571–1630) uznal: *Ľudský duch najlepšie vníma kvantitatívne vzťahy, je vlastne stvorený na ich chápanie.* Veľmi pôsobivo vyjadril poznávaciu silu matematických úvah **René Descartes** (1596–1650): *Porovnával som tajomstvá prírody so zákonmi matematiky. Som presvedčený, že ten istý kľúč otvára dvere pochopeniu jedného i druhého... Všetky výskumy, ktoré smerujú k preskúmaniu systému a miery – bez ohľadu na to, čo je ich predmetom a na čo sa vzťahujú – patria do matematiky.* Francúzsky filozof a prírodovedec **Blaise Pascal** (1623–1662), známy znalec rozporov v ľudskej povahe, ponúkal presvedčenie, že ľudská dôstojnosť spočíva v myslení. *Človek je zrejme stvorený na to, aby myslel. V tom je celá jeho dôstojnosť i prednosť; jeho povinnosťou je, aby myslel správne.* Kombinácia matematiky, predstavivosti a experimentu sa stala najmocnejším nástrojom ľudstva pri prenikaní do tajomstiev prírody i ľudskej myšlienkovej aktivity.

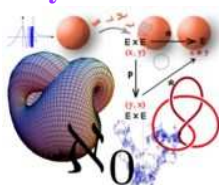
Vo vede aj v umení



Odhaľovanie súvislostí a objavovanie zákonitostí je možno jednou z najhlbších ľudských radosí. Spoznanie neznáma je aj prejavom veľkosti a dôstojnosti človeka. Aj pomocou matematiky sme sa dostali k tomu, že v nami spoznávanom svete chápeme príčinné vzťahy a organizované štruktúry s platnými zákonmi. Ak uznávame súvislosti, ktoré zjednodušujú a vysvetľujú, môžeme uplatňovať matematiku. Kľúčom k axiomatizovaným systémom s pravidlami sú matematické úvahy a postupy. Dlhodobým vývojom sa

matematika stala organickou súčasťou vedeckého, technického a technologického sveta. Ukázalo sa, že matematika je nevyhnutná nielen vo vede a technike, ale pomáha aj v umení a hudbe, archeológii, sociológii i v športe. Matematika je až neuveriteľne praktická v mnohých odboroch ľudskej činnosti. *Matematika je ako sila ľudského ducha povolaná nahradiť nám nedokonalosť našich zmyslov i krátky čas nášho života* (**J. B. Fourier**, 1768–1830). Univerzálne myšlienkové postupy a idey nám cez matematiku umožňujú dotýkať sa aj nekonečna. *Matematika je veda o nekonečne. Jej cieľom je, aby človek, ktorý je konečný, vystihol nekonečno pomocou znakov* (**H. Weyl**, 1885–1955). Matematické myslenie nám umožňuje vnímať vzťah medzi zmyslovým a nadzmyslovým svetom. Matematika nám pomáha pochopiť obrovskú rozmanitosť jednotlivostí sveta, v ktorom žijeme.

Dotyk filozofie



Od čias R. Descarta je matematika v pozornosti filozofov. Anglický matematik a filozof **A. N. Whitehead** (1861–1947) vedel, že matematika je zvláštny druh poznania: *Naša existencia je posilňovaná pojmovými ideálmi, ktoré prekonávajú neurčité vnemy... Originalita matematiky spočíva v tom, že v matematickej vede sú vyjadrené vzťahy medzi vecami, ktoré sa bez*

spostredkovania ľudským rozumom nedajú vôbec vyjadriť... Matematika je veda o najzložitejších abstrakciách, k akým môže ľudský um dospieť. Nemecký filozof **Ernst Cassirer** (1874–1945), ktorý zbral do úvahy vývoj matematiky, vznik spoločenských vied i teórie relativity, pochopil matematický rozum ako puto medzi človekom a vesmírom: *Číslo je nástrojom nášho prenikania do prírody a skutočnosti... Matematika je univerzálny symbolický jazyk, ktorý sa nezaobera opisom vecí, ale všeobecným vyjadrovaním vzťahov.* **Gaston Bachelard** (1884–1962), francúzsky filozof a epistemológ, vymedzil povahu nového ducha vedy ako ideál komplexity realizmu a racionalizmu, obohacovaním rozumu v dotyku so skúsenosťou: *V samej matematike sa realita prejavuje vo svojej podstatnej funkcii: podnecovať myslenie.* Ruskí metodológovia matematiky **Belajev** a **Perminov** ponúkali matematiku ako činnosť zameranú na konštruovanie symbolických systémov, ktoré sú vhodné na odhalenie skrytej informácie a transformáciu súdov v rozličných oblastiach obsahového poznania s nevyhnutným predpokladom logickej neprotirečivosti. Americkí matematici **Kac** a **Ulam** vyjadrili svoju filozofickú rovinnu slovami: *Matematika je najúplnejšie vyjadrenie rozumového obrazu sveta a zároveň stvárnenie ľudskej túžby vyskúšať možnosti vlastných myšlienkových postupov.* Poľský filozof **L. Kolakowski** (1927–2009) konštatoval: *Matematika je najmocnejší intelektuálny nástroj, ktorý bol kedy vytvorený a prostredníctvom ktorého unikáme času.* Význam filozofie matematiky vyjadril nositeľ Fieldsovej medaily **R. Thom** (1923–2002): *Aká je filozofia matematiky, také je aj vyučovanie matematiky.*

Názory fyzikov



Netreba zabudnúť na tých, pre ktorých sú matematické disciplíny nenahraditeľnou pomocou v odhaľovaní a vysvetľovaní prírodných javov. Nech prehovorí známi fyzici:

William Thomson, lord Kelvin: *Ak to, o čom hovoríte, môžete zmerať a vyjadriť číslami, tak o tom niečo viete.*

Max Laue: *Matematika dáva najčistejší a bezprostredný zážitok pravdy, v tom je jej hodnota pre všeobecné vzdelanie ľudí.*

Albert Einstein: *Každá veda, ktorá sa zaoberá neobyčajne logickými vzťahmi medzi danými predmetmi podľa daných pravidiel, je matematika... Matematici sa namáhajú objaviť najuniverzálnejšie predstavy pre operácie, ktoré by dovoľovali jednoducho, logicky a do jedného systému uchopiť čo najširší okruh formálnych vzájomných vzťahov. Snažiac sa dosiahnuť ideovú a logickú vycibrenosť, odkryli formuly potrebné pre hlbšie preniknutie do zákonov prírody.*

Niels Bohr: *Matematika sa podobá určitému druhu spoločného jazyka, uspošobenému na vyjadrovanie vzťahov, ktoré buď nie je možno alebo je zložité objasňovať slovami.*

Paul Dirac: *Matematika je prostriedok špeciálne prispôbený na osvojenie si rôznych abstraktných pojmov a čo sa toho týka, jej moc je neohraničená.*

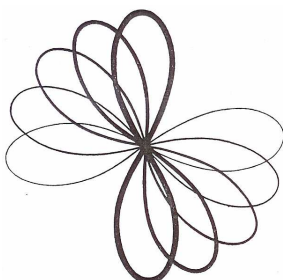
Stephen Weinberg: *Javy, ktoré študujeme, sú tak zvláštne a zložité, že o nich nemožno premýšľať bez matematiky... Zdá sa, že vesmír nemožno popísať inak než matematickým jazykom.*

John Barrow: *Matematika je jazyk, do ktorého je vstavaná logika prekvapujúco zladená s logikou reality... Matematika je najviac formalizovaná sféra ľudského poznania... Svet vyjadriteľný matematikou môžeme považovať za záhadu záhad.*

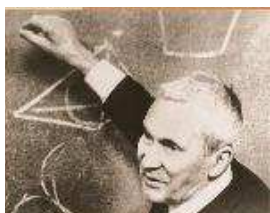
John Polkinghorne: *Matematika je abstraktný kľúč na otváranie tajomstva skutočného vesmíru.*

Roger Penrose: *Matematika, ktorou sa riadi náš fyzikálny svet, je neobyčajne plodná a mocná aj ako matematika sama o sebe. Tento vzťah pokladám za hlboké tajomstvo.*

Gian-Carlo Rota: *Tajomstvo a sláva matematiky nie je ani tak v tom, že sa abstraktné teórie ukazujú ako užitočné pri riešení problémov, ale v tom, že teória pripravená pre jeden typ problémov je často jedinou cestou pre riešenie problémov úplne iného druhu, problémov, pre ktoré táto teória nebola vymyslená.*



Náznak definície



Ako vnímajú svoju vedu významní matematici? Oni majú možnosť pochopiť matematiku ako medzihru ponorenú do obrazu reality v ľudskom rozume. Pozrime si ponuku myšlienok od ľudí bytostne spojených s matematikou:

- * *Vo svete existuje zákon a systém – a matematika je kľúčom k tomuto poriadku (M. Kline).*
- * *Živá matematika je založená na fluktuácii medzi protikladnými silami intuície a logiky, medzi jedinečnosťou pozemských problémov a všeobecnosťou ďalekosiahlych abstrakcií (R. Courant).*
- * *Najvyššie poslanie matematiky spočíva v tom, aby nachádzala skrytý poriadok v chaose, ktorý nás obklopuje (N. Wiener).*
- * *Matematika je štúdium ideálnych konštrukcií a odhaľovanie predtým neznámych vzťahov medzi časťami týchto konštrukcií... Matematika má do činenia so všetkými ostatnými vedami. Neexistuje veda, na ktorú by sa nevzťahovali aplikácie matematiky (Ch. S. Peirce).*
- * *Matematické myslenie je jednou zo schopností, ktoré majú všetky ľudské bytosti, rovnako ako hovoriť a písať, počúvať alebo skladať hudbu, dívať sa a maľovať obrazy, veriť v kultúrne a morálne kódexy a podriaďovať sa im (J. P. Aubin).*
- * *Matematika je rovnako neohraničená ako priestor, ktorý je pre jej ctižiadosť príliš úzky... Je nemožné ju obmedziť vo vnútri daných hraníc alebo redukovat' na definície trvalej platnosti, rovnako ako je to nemožné pri vedomí života (J. Sylvester).*
- * *Matematika je veda, ktorá dáva najlepšiu príležitosť poznávať proces myslenia a má tú prednosť, že pri jej pestovaní nadobúdame cvik v metóde rozumového uvažovania, ktoré môže byť potom používané na štúdium ktoréhokoľvek predmetu (G. Polya).*
- * *Zaujatie matematikou sa dá porovnať so záujmom o mytológiu, literatúru alebo hudbu. Je to jedna z najvlastnejších oblastí človeka, v nej sa prejavuje ľudská podstata, túžba po intelektuálnej sfére života, ktorá je jedným z prejavov harmónie sveta (H. Weyl).*
- * *Za tisícročia svojej existencie matematika vytvorila obdivuhodnú kultúru myslenia a abstraktný jazyk, ktorý umožňuje jednotne popísať aj veľmi rozdielne procesy (N.N. Moisejev).*

Medzi zemou a nebom



To, čo matematika v súčasnosti skúma, sa nedá jednoznačne vyjadriť, neexistuje úplná vedecká definícia matematiky. **Matematika je zároveň umenie i veda, je to eklektická zmes úžitku a tvorby, empirizmu a intuície (J. Ewing).** Predmetom matematiky sa môže stať čokoľvek. Podstatou matematiky sú princípy ľudského myslenia upravené do logického systému. Matematika sa dotýka najvšeobecnejších i prakticky najnevyhnutnejších javov. Často už nemôžeme určiť hranice medzi matematikou a disciplínami, v ktorých sa používa.

Matematika sa stala metódou, dômyselným nástrojom ľudského umu, ktorý používa človek pre správne a presné uvažovanie. Ľudské myslenie nevystupuje nikde s takou jasnosťou ako v matematike. Matematika ako imponantná stavba ľudského ducha a pyramída myšlienok poskytuje rozumu široký priestor pre rozlet logických úvah, tušenia intuície i dotyky s tajomným nekonečnom. Matematika ako najoriginálnejší výtvar myšlienkových pokusov a zápasov ukázala, že najväčšie abstrakcie sú tými pravými nástrojmi, ktorými kontrolujeme svoje uvažovanie o konkrétnych faktoch. **E. P. Wigner** (1902–1995), americký teoretický fyzik, nositeľ Nobelovej ceny (1963), konštatoval: *Zázračná vhodnosť matematického jazyka pre formuláciu fyzikálnych zákonov je skvelý dar, ktorý ani nechápeme, ani si ho nezaslúžime.* **Ian Stewart** (*1945), úspešný popularizátor matematického myslenia, vníma matematiku ako

viac–menej systematický spôsob objavovania pravidiel a štruktúr, ktoré sa skrývajú za nejakým pozorovaným vzorom alebo pravidelnosťou. Uznal, že matematika má úžasnú moc odkryť nečakanú štruktúru aj tam, kde vládne zdanlivý chaos. *Odvtedy, ako sme sa pozreli na svet očami matematiky, objavili sme veľké tajomstvo. Prírodné modely ukazujú na podstatné princípy, podľa ktorých funguje celý vesmír.* **Kurt Gödel** (1906–1978), matematik a logik s najslávnejšími výsledkami 20. storočia, otriasol perspektívami matematiky odhalením, že v každom dostatočne rozvinutom formálnom systéme existujú obsahovo zrozumiteľné vety, ktoré sú v rámci danej sústavy formálne nedokázateľné. Napriek tomu, matematika ako zložitý a rozvetvený organizmus neustále rastie i skvalitňuje. **Wiliam P. Thurston** (*1946), úspešný svetoznámy matematik prízvukuje: *Zaoberať sa matematikou je skutočné potešenie spočívajúce v nachádzaní spôsobov myslenia, ktoré vysvetľujú, organizujú a zjednodušujú. Túto radosť môžete pocítiť, keď objavujete novú matematiku, znovuobjavujete starú, učíte sa od niekoho alebo z textov nový spôsob myslenia, alebo keď nájdete novú možnosť vysvetlenia či chápania známej matematickej štruktúry... Môžeme si myslieť, že vieme o danom predmete už všetko, a predsa nové významy číhajú za najbližším rohom.* **P. A. Griffiths** (*1938) zhrnul: *Matematika má duálnu povahu: je nezávislou disciplínou oceňovanou pre svoju presnosť a vnútornú krásu a súčasne je bohatým zdrojom nástrojov pre svet aplikácií.* Niektorí učitelia počtov a merby (školskej matematiky) radi opakujú: *Matematika je široká nádherná krajina, otvorená pre všetkých, ktorým myslenie prináša skutočnú radosť* (**W. Fuchs**). Už aj školská matematika prispieva k tomu, aby sme si lepšie porozumeli nielen s prírodou, ale aj ako ľudské bytosti vzájomne medzi sebou.

Dušan Jedinák

