

K výročiam významných matematikov

(v školskom roku 2013/2014)

Zostavil

Dušan JEDINÁK



Topoľčany
2011

Úvodná ponuka

Už dlhšiu dobu tušíme, že príležitostnou spomienkou na ľudí spojených s matematickou kultúrou môžeme ako učitelia školskej matematiky prispieť k hlboko ľudskej motivácii našich žiakov pre trvalú výstavbu zušľachtujúcej civilizácie. Uvádzam pomerne krátke životopisné medailóny o významných matematikoch, ktorí majú v jednotlivých mesiacoch školského roku 2013/2014 okrúhle (deliteľné piatimi) výročie narodenia alebo úmrtia. Určite tieto literárne podobenky nie sú vyčerpávajúcim prehľadom života a diela spomínaných význačných matematikov. Majú za cieľ iba skromne pripomenúť ľudské osobnosti a profesionálne výkony tých, ktorí mali radi matematický spôsob premýšľania. Dozviete sa, že aj na odbornej matematickej činnosti sa zúčastňujú ľudské sklony a temperament, túžby a predstavy, úsilie i zásady.

O B S A H

(životopisné medailóny)

Euler

Hadamard

Frege

Bolzano

Agnesiová

Lie

Laplace

Poincaré

Ulam

Minkowski

Možno budete mať (učitelia alebo aj žiaci) aspoň malú radosť z toho, že sa dôvernejšie zoznámite s tvorcami a šíriteľmi matematickej kultúry, ktorí prispeli k zušľachteniu premýšľania vo svojej dobe a zanechali trvalú stopu pre celú históriu ľudstva.

Leonard EULER – všestranný a praktický matematik

Pamätník

Na náhrobnom kameni je vyryté: **Leonardo Eulero, Academia Petropolitana** (Leonardovi Eulerovi, Petrohradská akadémia). V myšlienkach aj v pojmoch matematických: *Eulerovo číslo*, *Eulerova konštanta*, *Eulerove vzorce*, *Eulerov integrál*, *Eulerove uhly*, *Eulerove kruhy*, *Eulerova nerovnosť*, *Eulerova priamka* [Eulerova priamka prechádza priesečníkom ťažníc (ťažiskom), výšok (ortocentrom) a osí strán trojuholníka (stred kružnice opísanej trojuholníku)], *Eulerova kružnica*, *Eulerova veta o konvexných mnohostenoch* [Súčet počtu vrcholov a počtu stien každého vypuklého mnohostena sa rovná počtu jeho hrán plus 2 ($v + s = h + 2$)], *Eulerova veta pre homogénne funkcie*. Zanechal vhodné symboly: $f(x)$, i , e , π , $\binom{n}{k}$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, $\operatorname{sec} x$, $\operatorname{cosec} x$, \sum , Δx a ďalšie.



Životný osud

V rodine evanjelického teológa Pavla Eulera sa 15. 4. 1707 narodil v Bazileji prvorodený syn **Leonard**. Vzdelaný otec, žiak Jacoba I. Bernoulliho, bol jeho prvým učiteľom. Veril vo vysokú výchovnú hodnotu matematiky a vŕšoval ju aj synovi. Vynikajúca pamäť a mimoriadne nadanie pre matematiku sa u Leonarda prejavilo zavčas. Štúdium na filozofickej prípravke pri univerzite v Bazileji, pod vedením Johanna I. Bernoulliho, podstatne prehĺbilo jeho matematické vedomosti. Priateľstvo so synmi svojho učiteľa, Nicolausom II. a Danielom I., ovplyvnilo aj Leonardove životné osudy. Sedemnášťročný **Euler** vyštudoval, získal titul magistra a podľa otcovho želania mal pokračovať v štúdiu teológie a orientálnych jazykov. Ale jeho záujmy o matematiku boli nezlomné. Dosiahol otcov súhlas, aby sa venoval výhradne štúdiu matematiky a prírodných vied. Na podnet Bernoulliovcov pozvali Leonarda Eulera na Akadémiu do Petrohradu. Začiatok vedeckej práce po príchode do Ruska (1727) nebol jednoduchý. Po krátkom čase sa **Euler** naučil ovládať ruský jazyk, získal profesúru fyziky i matematiky (1731, 1733). V roku 1734 sa oženil a získal vlastný domček.

Po prvom pobyte v Petrohrade (1727–1741) odišiel **Euler** na pozvanie pruského kráľa do Berlína. Tam v rokoch 1741–1766 viedol matematické oddelenie Berlínskej akadémie. Napäté vzťahy s panovníkom prispeli k jeho uvoľneniu z akadémie. Euler odišiel opäť, na pozvanie Kataríny II., do Ruska. Po smrti manželky, s ktorou mali 13 detí, sa v Petrohrade znovu oženil. Ťažkou

ranou osudu bol pre neho požiar v jeho dome (1771). Vyhorela mu knižnica, jeho samého vyniesli na rukách z horiaceho domu. Ani táto situácia, ani postupná slepota, na jedno oko prestal vidieť v roku 1736, na druhé nevidel pre šedý zákal (1766) i keď operácia v roku 1771 aspoň trochu pomohla, nedonútila Eulera prestať vedecky pracovať. Tak miloval svoju prácu, že nepodľahol ranám nešťastného osudu.

Zaujímavým svedectvom je list Johana III. Bernoulliho, ktorý v lete roku 1777 navštívil Eulera. Píše: *Jeho zdravie je dosť dobré, za čo vďačí striedmemu a pravidelnému spôsobu života... Ťažko rozpozna niekoho podľa tváre, nemôže čítať z papiera, ani naň písať. Svoje výpočty píše kriedou na čiernu tabuľu veľmi zreteľne a usporiadane. Potom ich jeho pomocníci zaznamenávajú do veľkej knihy. A z týchto materiálov sa pod jeho vedením zostavujú pojednania.* Práve



v tomto roku pripravil 70-ročný **Euler** pre tlač okolo sto článkov. Za celé obdobie, keď pracoval skoro slepý, pripravil okolo 300 vedeckých prác, t.j. asi 3000 strán textu. Bol to prejav jeho obdivuhodnej predstavivosti a výbornej pamäti. **Euler** pracoval do poslednej chvíľky svojho života. V rodinnom kruhu, keď sa chcel hrať s vnukom, bol náhle ranený mŕtvicou; vypadla mu z rúk fajka a ticho poznamenal – umieram. Zanedlho, **18. septembra 1783** zomrel. Žil 76 rokov, 5 mesiacov a 3 dni. Pochovaný bol v Petrohrade na Smolenskom cintoríne. V roku 1956 preniesli jeho pozostatky do Lavry Alexandra Nevského v Leningrade a postavili mu tam náhrobok v blízkosti mohyly M. V. Lomonosova.

Výsledky práce v matematike a fyzike

Skoro 60 rokov tvorivej vedeckej činnosti švajčiarskeho matematika a fyzika Leonarda Eulera prinieslo svetu, za jeho života, asi 530 odborných prác a asi 40 kníh. Úplný počet pojednaní, vychádzali postupne tlačou ešte dlho po jeho smrti, je určený číslom 886. Vyriešil 15 problémov vypísaných Akadémiou vied, rozposlal niekoľko tisíc listov, aj s odbornou tematikou, po celej Európe. Prvú odbornú prácu napísal 18-ročný a vyšla v Lipsku (1726). Vtedy poslal prvý raz prácu o najvhodnejšom rozmiestnení a dĺžke sťažňov na plachetnici do súťaže parížskej Akadémie. Cenu nezískal, ale v rokoch 1738 – 1772 zvíťazil v podobných súťažiach 12 – krát.

Vymenujme aspoň niekoľko základných prác Leonarda Eulera: *Metóda objavovania kriviek, ktoré majú maximálne či minimálne vlastnosti* (1774), *Úvod do analýzy nekonečných veličín* (1748), *Základy diferenciálneho počtu* (1755), *Základy integrálneho počtu* (1768–70), *Úvahy o priestore a čase*

(1750), *Teória pohybu tuhých telies* (1765), *Dioptrika* (1769), *Teória pohybu Mesiaca* (1772), *Úplné uvedenie do algebry* (1770). Zaujímavým populárnovedeckým spisom boli *Dopisy nemeckej princeznej* (1768–1772), v ktorých vykladal rôzne otázky z fyziky, filozofie, etiky, teórie hudby a logiky.

Eulerov prínos do matematiky i fyziky je rozsiahly a mnohostranný. Jeho dielo ovplyvnilo celé generácie a je aktuálne i dnes. Systematicky sa venoval teórii čísiel, študoval rozdelenie prvočísiel, dokázal tzv. malú Fermatovu vetu. Podal riešenie rôznych typov neurčitých rovníc, odhalil ďalšie súvislosti medzi exponenciálnymi a goniometrickými funkciami, zaoberal sa diferenciálnymi rovnicami. Prispel k vybudovaniu variačného počtu i k základom teórie funkcií komplexnej premennej.



Mnohé matematické disciplíny získali svoju terajšiu učebnicovú interpretáciu v podobe, akú im dal **Euler**. „*Euler patrí k tým géniom, ktorých dielo sa stalo majetkom celého ľudstva. Dodnes žiaci vo všetkých krajinách študujú trigonometriu a logaritmy v podobe, akú im dal Euler. Študenti preberajú základy vyššej matematiky podľa príručiek, pre ktoré boli vzorom klasické práce Eulera*“ (M. Lavrentiev).

Učebnice rôznych vedeckých oblastí

Eulerove učebnice získali ohromnú autoritu a prispeli k ustáleniu matematickej symboliky. Napísal však aj práce o nebeskej mechanike, dynamike pevných telies, hydraulike, stavbe a riadení lodí, geometrickej optike. Stal sa zakladateľom analytickej mechaniky. Riešil problémy geometrie i algebry, balistiky, astronómie, geodézie i teórie hudby. Celý rad Eulerových matematických výsledkov vyplynul z riešenia fyzikálnych problémov. Celé jeho dielo je hlbokým organickým prepojením matematického myslenia s problematikou prírodovedy a techniky. **Euler** neraz zdôrazňoval: *Musíme skôr dôverovať algebraickému výpočtu než nášmu úsudku*. Často staval problémy a úlohy tak, že si žiadali rozvinutie nových metód. Sám mal výborne vycibrenú intuíciu, ktorá často predbiehala dôkazy. Niektoré jeho úsudky, napr. o nekonečných radoch alebo zdôvodnenia v diferenciálnom počte nie sú pre dnešnú matematiku prijateľné. Aj tak urobil **Euler** z matematickej analýzy najvýznamnejší nástroj ľudského ducha a rozumu. Ukázal jej časté a rôznorodé použitie.

Mohutnosť intelektu i charakteru

Bol neobyčajne usilovný, húževnatý a vytrvalý. Získal široké vzdelanie v jazykoch, literatúre i hudbe. Mal nevyčerpatelne podnety pre vedeckú prácu. Vedel oceniť zásluhy iných, ale aj neprajníkov a odporcov. Na svoje výsledky

bol primerane hrdý. V osobnom živote bol skromný, nenáročný, málovravný. V rodinnom kruhu, so žiakmi a priateľmi, bol družný. Nedal sa strhnúť do víru zábav. Vždy bol priamy a spravodlivý, slobodomyselný, dobroprajný a plný kresťanskej viery. Dokázal prekonávať duševné ťažkosti i fyzické utrpenie.

Tvorivý duch, hlboká a premyslená vedecká koncepcia, mimoriadna pracovitosť zostanú príkladnou charakteristikou Leonarda Eulera. Pestoval matematiku s presvedčením, že zákonitosti prírody môžeme pochopiť cez matematický spôsob myslenia. „*Štúdium Eulerovho diela zostane najlepšou školou pre najrôznejšie oblasti matematiky a nemôže ho nič nahradiť*“ (Gauss). **Euler** obohatil prakticky každú oblasť matematiky a jej aplikácií. Jeho zobrať spisy majú viac než 70 zväzkov. Známy francúzsky matematik a fyzik Laplace nám ponúkal: „*Čítajte Eulera! Je učiteľom nás všetkých.*“



Jacques S. HADAMARD – očarený použitím matematiky

Matematický úspech



Prvočísla sú nielen pomerne jednoduché, ale aj veľmi zaujímavé čísla. Sú to tie prirodzené čísla väčšie než 1, ktoré majú za deliteľa (bezo zvyšku) len číslo 1 a samé seba. To, že počet prvočísel v množine všetkých prirodzených čísel nie je ohraničený, sa vie už veľmi dlho (Euklidove *Základy*, okolo roku 300 pred n. l.). Ale ako sú medzi prirodzenými číslami usporiadané, to sa veru stále nevie. Nepoznáme matematický vzťah, ktorý by generoval postupne všetky prvočísla. V roku 1896 použitím komplexnej analýzy dokázali (nezávisle na sebe) zaujímavé matematické tvrdenie o prvočíslach dvaja matematici: Francúz **Jacques Hadamard** (1865–1963) a Belgičan **Charles de la Vallée Poussin** (1866–1962). Odvtedy sa vie, že počet prvočísel, ktoré nie sú väčšie než dané prirodzené číslo n , sa pre veľké n približuje k hodnote výrazu $\frac{n}{\ln n}$ ($\ln n$ znamená prirodzený logaritmus čísla n).

Elementárny dôkaz tohto asymptotického zákona o rozložení prvočísel vykonali (1949) P. Erdős (1913–1996) a A. Selberg (1917–2007). Pamätajme si, že pre veľké prirodzené čísla n sa hustota prvočísel (podiel počtu všetkých prvočísel nie väčších než n k počtu všetkých prirodzených čísel n) sa blíži k hodnote $\frac{1}{\ln n}$.

Pre n blížiac sa k nekonečnu sa hustota prvočísel blíži k nule. Hovoríme, že množina prvočísel vzhľadom k množine prirodzených čísel je *riedka*.

Cesta životom



Jeho matka bola učiteľkou hry na piano, otec bol učiteľom dejepisu a zemepisu. **Jacques Salomon Hadamard** (* 8. 12. 1865 Versailles – † 17. 10. 1963 Paríž) bol v škole úspešným žiakom, vynikal v gréčtine a latinčine. Až po stretnutí s dobrým učiteľom matematiky sa začal zaujímať aj o matematické disciplíny. Rozhodol sa pre štúdium na École Normale Supérieure v Paríži (promoval roku 1888). Za prácu o Taylorových radoch ústiacu do teórie analytických funkcií získal (1892) doktorát a za úspešný odborný článok o maticiach a determinantoch dostal i cenu za matematické vedy. V tomto roku sa aj oženil. V roku 1893 získal miesto na univerzite v Bordeaux. Tam pôsobil štyri roky, narodili sa mu dvaja synovia a napísal asi 29 odborných článkov. V roku 1897 sa presťahoval do Paríža, pôsobil na Sorbonne i College de France. Navštívil veľa štátov (napr. aj Španielsko, Taliansko, Brazíliu, Argentínu, Egypt), bol aj v Československu.

Počas prvej svetovej vojny padli jeho dvaja starší synovia, roku 1944 mu zomrel tretí syn a v roku 1962 v horách zahynul jeho vnuk. Za svojich nedožitých 98 rokov sa dožil mnohých prekvapení osobných i vedeckých.

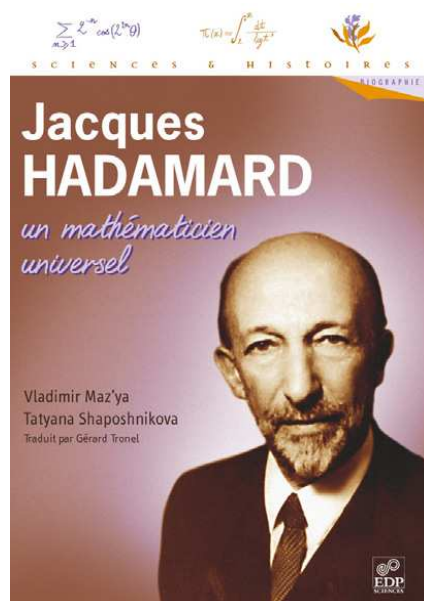
Zasiahnutý politikou

V prípade Dreyfusovej aféry (1894) sa snažil o nápravu nespravodlivosti a očistenie jeho mena (Alfred Dreyfus bol príbuzný jeho manželky). Objavoval a skúmal zabudnuté i nové fakty tohto prípadu, prispel k jeho vyriešeniu (1906). Medzi dvomi svetovými vojnami sa v politike orientoval ľavicovo. Po porážke Francúzska (1940) odcestoval s rodinou do USA. Po skončení 2. svetovej vojny sa cez Anglicko vrátil do Paríža a aktivizoval sa v mierovom hnutí.



Odborné práce

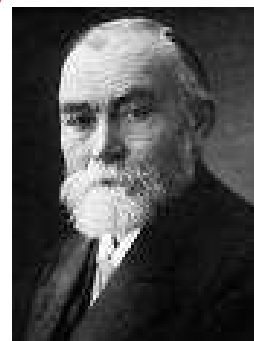
Napísal asi 300 odborných článkov a kníh, nielen z matematiky, ale aj o matematike a všeobecnom vzdelávaní. *Matematická tvorivosť a matematický rozum nemôže byť v nepomere so všeobecnou tvorivosťou a rozumom vôbec.* Zaoberal sa aplikáciou parciálnych diferenciálnych rovníc pre matematickú fyziku. Zaviedol skúmanie okrajových podmienok. Bol prezidentom Francúzskej matematickej spoločnosti (1906). Publikoval (1910) prácu *Leçons sur le calcul des variations*, ktorou položil základy funkcionálnej analýzy. Stal sa členom francúzskej Akadémie vied (1912). Pomerne veľký ohlas mala jeho publikácia o psychológii matematických objavov (1945). *Medzi úsilím študenta, ktorý hľadá riešenie geometrickej úlohy a úsilím génia... je rozdiel iba v miere.* Napísal (1897) aj učebnicu elementárnej geometrie. **Hadamard** bol čestným predsedom na medzinárodnom matematickom kongrese v Cambridgi (1950). Mal veľký intelektuálny vplyv nielen na významných matematikov, ale aj na mnohých študentov.



Gottlob FREGE – nedocenený tvorca rozbúraných základov

Pojem čísla

Čo vlastne znamenajú čísla? Matematici dokážu iba opísať, ako získame predstavu čísla. Počet nie je niečo, čo môžeme pripísať jednotlivým predmetom. Číselné údaje nie sú výpovede o vlastnostiach, ale o pojmoch. Tým istým predmetom môžeme priradiť rozličné čísla podľa toho, pod aký pojem tieto predmety zahrnieme. Pojmy majú aj tú vlastnosť, že im prislúcha číslo, pričom toto číslo nie je vlastnosťou pojmov. Zdá sa, že tu ide o logiku. Počet možno vnímať a zdefinovať ako rozsah pojmu. Tu sa však už spája aritmetika s logikou, aritmetické vety by boli odvodeným logickým zákonom. *Aplikácia aritmetiky na vysvetľovanie prírody by bola logickým spracovaním pozorovateľných faktov; počítanie by bolo odvodzovaním.* Formalizáciou aritmetiky na základe rozšíreného predikátového kalkulu, vykročil za základmi matematiky nemecký matematik, logik a filozof **Gottlob Frege** (8. 11. 1848 – 26. 7. 1925).



O živote a diele

Vyštudoval v Jene, Göttingene, celú svoju akademickú kariéru pôsobil v Jene (r.1873 obhájil matematickú dizertáciu a získal titul doktora filozofie, r.1879 mimoriadny profesor na matematickom ústave univerzity). Nedosiahol významné vedecké uznanie počas svojho života, jeho priekopnícku prácu ocenil až B. Russell aj tým, že poukázal na možné protirečenia v jeho návrhoch. **Frege** sa zaoberal otázkou vzťahu jazyka a skutočnosti, súvislosťami medzi matematikou, logikou, teóriou poznania i psychológiou. Prvé publikované dielo bolo *Pojmové písmo* - formalizovaný jazyk čistého myslenia, zostavený podľa



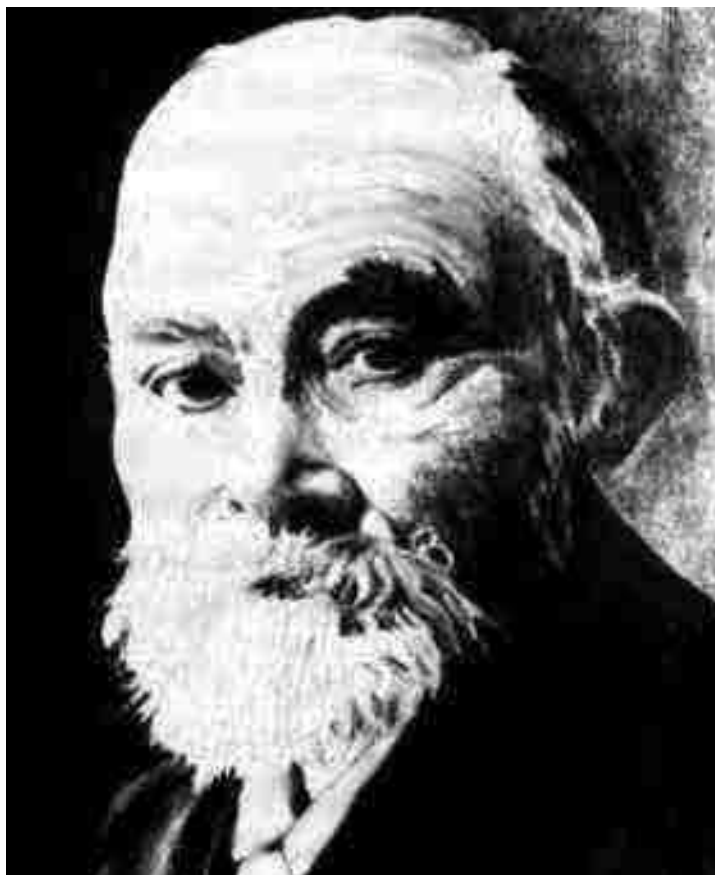
jazyka aritmetiky (1879), s cieľom nájsť prostriedky na prehľadný symbolický postup matematických dôkazov. Vydal aj práce *Základy aritmetiky* – logicko-matematické skúmanie pojmu čísla (1884), *Funkcia a pojem* (1891) i *O pojme a predmete* (1892). Fundamentálnym logickým dielom sa stali dvojzväzkové *Základné zákony aritmetiky, odvodené pojmovým písmom* (1893, 1903). Symbolickou formou sa pokúsil odvodiť podstatné zákony aritmetiky aj

s odpoveďami na základné filozofické i metodologické otázky s tým spojené. Jeho logický znakový systém redukoval aritmetiku na logiku, pojem počtu odvodil z logických pojmov. *Nesmieme zamieňať pravdivosť nejakej vety s tým, že ju myslíme.* V rokoch 1918 a 1923 publikoval trojdielne *Logické skúmania*, ale tu už súčasní odborníci nenachádzajú myšlienkový posun. To, čo sa uznáva je, že **Gottlob Frege** prispel od krízy matematiky k novej logike.

Formalizácia logiky

Dnes známu klasickú logiku začal pripravovať **G. Frege**. Ukázal jasný rozdiel medzi premennými a logickými konštantami, formulami a pravidlami odvodzovania. Zaviedol názov kvantifikátory (pre slová všetci, každý, niektorý, existuje aspoň jeden). Zdôraznil, že musíme rozlišovať medzi vlastnosťami vecí a vlastnosťami pojmov s tým, aby boli zaraďované na rozličné stupne. Zmiešavanie úrovní vedie k protirečeniam jazyka. Rozlíšením funkcie a jej priebehu upresnil chápanie pojmu funkcia. Vytvoril aj prvý axiomatický systém klasickej logiky. Vybudoval výrokový kalkul ako formalizovanú deduktívnu teóriu. Svojimi úvahami o zmysle a význame sa zaslúžil o neskorší rozvoj logickej sémantiky. Jazyk umožňuje hovoriť o abstraktných predmetoch, teda abstrahovanie možno chápať ako čisté jazykové operácie. **Frege** pripravil základy modernej teórie abstrakcie.

Gottlob Frege ovplyvnil rozvoj analytickej filozofie, získal aj spriaznených nasledovateľov (Russell, Wittgenstein). Alfred Tarski (1902–1983), uznávaný svetoznámy logik, zakladateľ formálnej sémantiky, zhrnul: "*Nemecký logik G. Frege je bezpochyby najväčší logik 19. storočia.*"



Bernard BOLZANO – výnimočná osobnosť i zodpovedný učiteľ

Úvod

Zdá sa mi, že aj v našich postmoderných časoch treba pripomenúť život a dielo významného mysliteľa, filozofa i matematika, spoločenského reformátora a učiteľa náboženskej výchovy, ktorý bol vo svojej dobe starostlivým a citlivým vychovávateľom, prísny a spravodlivým examinátorom, pozoruhodným a úspešným učiteľom s neobyčajnou popularitou i morálnou autoritou. Jeho nedel'né príhovory k študentom boli zamerané nielen na otázky náboženské, ale aj etické, výchovné a sociálne.



Preberal problematiku pokroku a osvety, mravný zákon, lásku k vlasti i rovnosť ľudí. Veľmi dobre spoznal, že *viera nás nezabavuje povinnosti používať vlastný rozum a naopak*. Uznával, že zodpovedný človek je povinný získavať zdôvodnené presvedčenie aj o svojej viere. Poslednú prednášku k študentom zakončil známou výzvou Pavla z Tarzu (asi 8–68): *Skúmajte všetko a dobré si podržte* (1Sol 5, 21).

Svedomitý profesor

Už úvodná prednáška presvedčila poslucháčov pražskej univerzity, že mladý, vychudnutý, chorľavý profesor je rozhodnutý odovzdať filozofické i matematické poznatky s plným nasadením svojich síl a schopností, s láskou i pochopením pre študentské starosti svojich žiakov. Namiesto dohodnutej rebélie sa po jeho prvej prednáške ozval potlesk. Počas celého učiteľského svojho pôsobenia (1806–1819) sa **Bernard Bolzano** nevyhýbal žiadnym študentským a spoločenským otázkam (poslucháčov bolo postupne okolo



päťtisíc). Zdôrazňoval úlohu celoživotného štúdia, lebo vzdelanie považoval za nástroj formovania ľudského rozumu: *Bez toho, že by sme preceňovali hodnotu, ktorú poznanie má, musíme všetci uznať, že nevedomosť a omyl pôsobia celému ľudstvu nesmierne zlo... každý človek, pokiaľ je živý, má pokračovať vo svojom vzdelávaní*. **Bolzano** neskrýval odhodlanie pre zmenu spoločenských pomerov ani odvahu priekopníka nielen zdôvodnených náboženských predstáv, ale aj príslušných cirkevných premien.

Životný osud

V Čechách prežil celý svoj život. Narodil sa v Prahe 5. októbra 1781 ako štvrté dieťa z dvanástich. Matka bola pražská Nemka, starostlivá a zbožná. Otec pochádzal z Talianska, venoval sa obchodu so starožitnosťami a umeleckými predmetmi. Nadaný Bernard navštevoval nemeckú základnú školu a piaristické gymnázium, súkromne študoval taliančinu, francúzštinu a gréčtinu. Pri štúdiu filozofie (1796-1799) na pražskej univerzite spoznal nový svet. Objavil netradičné súvislosti medzi matematikou, logikou a filozofiou. Všetky školské predmety študoval veľmi svedomito. Filozofickú fakultu absolvoval s vyznamenaním a rozhodol sa ešte pre štúdium teológie (1800–1804). Absolvoval prísne skúšky z matematiky a fyziky, získal doktorát filozofie, stal sa kňazom (1805). Roku 1806 bol menovaný za univerzitného učiteľa náboženstva, napriek tomu, že mal povest' talentovaného matematika (F.J. Gerstner ho považoval za jedného z najlepších matematikov akých poznal) a uchádzal sa o profesúru v tomto odbore. **Bolzano** aj na poste univerzitného katechéta učil študentov kriticky a nezaujato myslieť. *O mnoho viac ako o šírenie užitočných právd sa musíme usilovať o to, aby sa cvičením u ľudí rozvinula schopnosť úsudku... musíme ich naučiť samostatne rozpoznávať nesprávne úsudky.* Stal sa aj členom matematickej sekcie Kráľovskej českej spoločnosti náuk (1815), neskôr (1841–1848) aj sekretárom jej matematickej a filozofickej sekcie. Bol aj dekanom filozofickej fakulty (1818). Odklon od úradne stanovených osnov ho priviedol k sporu s absolutistickou vrchnosťou v Prahe i vo Viedni. Za bludárske vety (112) z jeho kázní (300), ktoré boli označené za neprispôsobené vieroučným pojmom a potrebám vtedajšej cirkevnej a vládnej moci, získal „prísnu dŕtku“ a „nespôsobilosť ke každé státní službě“. Zosadili ho z miesta univerzitného učiteľa (1819), poslali ho do výslužby (s ročnou penziou 300 zlatých), zakázali mu verejnú činnosť. Bol prinútený orientovať sa viac na vedné odbory, v ktorých možno slobodne argumentovať a dokazovať – matematiku a logiku. V tichom prostredí Těchobuzi na Pacovsku (1823–1841) žil skromne v rodine priateľa J. Hoffmanna, čo mu umožnilo venovať sa aj úvahám o všeobecnom ľudskom poznaní, o spravodlivejšom spoločenskom poriadku. Písal po nemecky, jeho práce vydali žiaci a prívrženci. Chatrné zdravie a tuberkulózne chrlenie krvi mu sťažovalo život. Z jeho jedenástich súrodencov sa dospelého veku dožil iba jeden. V rodine brata Jána, v pražskej Celetnej ulici, strávil **Bernard Bolzano** posledné roky života. Trápený dlhodobou chorobou, zomrel na ťažký zápal pľúc **18. decembra 1848**. Za veľkej účasti pražského ľudu ho pochovali na Olšanskom cintoríne v Prahe.



Odborné matematické pojednania



Cenil som si na matematike len to, čo je súčasne filozofiou. Prvá Bolzanova odborná práca z matematiky – *Úvahy o niektorých predmetoch elementárnej geometrie* (1804). Ďalšie matematické práce *Príspevky k zdôvodnenejšiemu výkladu matematiky* (1810), *Binomická poučka* (1816), *Rýdzo analytický dôkaz* (1817), *Tri problémy rektifikácie, výpočtov plôch a objemov* (1817) a posmrtné objavené práce *Náuka o funkciách* a *Teória čísiel* (dokončené asi v rokoch 1833–1841, vyšli po česky tlačou až v roku 1931) sú výrazom netradičných úvah a prostriedkov, ktorými sa snažil spresniť matematické postupy. Nimi zanechal trvalú stopu pri výstavbe matematickej analýzy. V práci

Rýdzo analytický dôkaz dokázal vetu: Ak funkcia $f(x)$ je v intervale $\langle a, b \rangle$ spojitá a $f(a) \cdot f(b) < 0$, tak v $\langle a, b \rangle$ existuje aspoň jedno c tak, že $f(c) = 0$. Svojimi prácami bol predchodcom Cauchyho, Cantora, Weierstrassa. **Bolzano** vyslovil nevyhnutnú a postačujúcu podmienku pre konvergenciu postupností, podal presnú definíciu spojitej funkcie a naformuloval o nej niekoľko dôležitých viet. Popísal konštrukciu spojitej funkcie v uzavretom intervale, ktorá nie je monotónna v žiadnom čiastočnom intervale a ukázal, že body, v ktorých táto funkcia nemá deriváciu, ležia všade husto v danom intervale. Zaoberal sa a mal rozpracovanú teóriu reálnych čísiel, v mladosti sa pokúšal aj o dôkaz axiómy o rovnobežkách. **Bolzano** vysvetlil pojmy uzavretý, otvorený a polouzavretý interval, presne vymedzil pojmy limity a derivácie. *Matematiku možno definovať ako vedu, ktorá pojednáva o všeobecných zákonoch, podľa ktorých sa veci musia riadiť vo svojej existencii.*

Spoznal, že v matematike sa nemôžeme zaobísť bez dôkazu existencie. Pri každom dôkaze žiadal uviesť všetky predpoklady, používať dané a neuchyľovať sa k cudzorodým pojmom. Naznačil cesty k formalizácii niektorých dôkazových postupov. Mal geniálnu intuíciu, kriticky a originálne zameral svoju pozornosť na precízne definovanie základných pojmov aj v iných vedných odboroch. Pozoruhodným spôsobom predvídal celý rad zásadných problémov modernej formálnej logiky a teórie vedy. *V Bolzanovom diele stále ostáva mnohé, čím by sme mohli po dnes inšpirovať* (P. Zlatoš).

Hra predstáv samých o sebe

Bernard Bolzano ponúkol dôkaz existencie aktuálneho nekonečného množstva právd samých o sebe. Pravda sama o sebe je fakt (výpoveď, poznanie) o tom, ako to skutočne je, bez ohľadu na to, či je to niekým myslené alebo vyslovené. *Niečo je pravda nie preto, že to tak poznáva Boh, ale naopak Boh to*

tak poznáva, pretože to tak je. Bolzano vyšiel z tejto predstavy: Existuje aspoň jedna pravda sama o sebe. Ak by to nebola pravdivá výpoveď, tak by bola pravdivá výpoveď: Neexistuje žiadna pravda sama o sebe. Ale to by bola tiež pravda sama o sebe. S tým bude každý súhlasiť, lebo opačné tvrdenie odporuje samé sebe. *Keby neboli pravdy samé o sebe, nemohli by existovať ani žiadne poznané alebo myslené pravdy. Bolzano* tým považoval existenciu aspoň jednej pravdy samej o sebe za rozumovo prijateľnú pre každého. Potom už ľahko ukázal (indukciou, cez výpoveď, že predchádzajúce výpovede samé o sebe sú tiež novou pravdou o sebe), že právd o sebe je možných nekonečne veľa. Pretože kresťanský Boh je vševediaci, obsiahne ich všetky, to znamená nekonečné množstvo právd bude aktuálne (uskutočnené). Božia prozreteľnosť sa tak stala obsahnutím všetkých právd – uskutočnením (aktualizáciou) nekonečného množstva právd samých o sebe. Nekonečné množstvo právd samých o sebe je vo vedomí Božom (Sensorium Dei). Pre človeka, ktorý sa neďíva Božími očami, strácajú predstavy aktuálneho nekonečna svoje opodstatnenie.



Bolzano prijal názor, že aktuálne (uskutočnené) nekonečné množstvo právd samých o sebe je natrvalo prítomné v Božej obrazotvornosti. Mnohí matematici uverili v bezspornosť pojmu aktuálneho nekonečna, rozpracovali teórie, v ktorých prijali „zrejmé“ spory za „zdanlivé“ (paradoxy). Nimi konštruované matematicko-logické modely tieto ťažkosti vysvetľujú tak, že ich môžeme intelektuálne prijať ako javy, ktorými sú charakterizované naše predstavy o nekonečných množinách. Rukami to nemožno uchopiť, ale rozum to pochopí.

Prenikavá logika pojmov



Hlbokým odkazom v oblasti sémanticky založenej koncepcie logiky sa stalo monumentálne Bolzanovo *Vedoslovie* (Vědosloví s podtitulem *Pokusy o zevrubné a větším dílem i nové vylíčení logiky se stálým zřetelem k jejímu dosavadnímu zpracování*; štvorzväzkové; hlavné časti: *Fundamentálna náuka* – problematika objektívnych právd, *Elementárna náuka* – poňatie základnej logiky (pojmy, výroky, úsudky), *Náuka o poznaní* – analýza procesu myslenia, *Heuristika* – objavovanie vedeckých poznatkov, *Samotné vedoslovie* – metodológia vedeckého postupu a oznamovanie jeho výsledkov; 718 paragrafov), dokončené asi v rokoch 1829–1830, ktoré vyšlo anonymne až r. 1837. **Bolzano**, vychádzajúc zo svojich filozofických a etických princípov, snažil sa hľadať postupy pri usporiadaní právd pre jednotlivé vedy a spôsoby ich

výkladu v učebniciach. *Predovšetkým som si stanovil pravidlo, že ma žiadna zrejmosť predpokladu nedonúti k tomu, aby som sa cítil zbavený povinnosti hľadať preň dôkazy tak dlho, pokiaľ jasne neuvidím, že nemožno a prečo nemožno požadovať žiadny dôkaz.* Napriek nadmernému rozsahu, rozvláčajnej forme výkladu i úzkostlivej presnosti argumentácie toto dielo prispieva k pozoruhodnej úprave logicko-metodologických a filozoficko-matematických základov poznávania.

Vykročenie za pochopením uskutočneného nekonečna

Paradoxy nekonečna, napísané v rokoch 1847–1848, ktoré prvý raz vyšli r. 1851, obsahujú základné idey o práci s nekonečnými množinami. Na túto prácu sa odvolával aj tvorca teórie množín Georg Cantor.

Bolzano rozlíšil konečnú, spočítateľnú a nespočítateľnú množinu, uznával aktuálne nekonečno. Dokázal, že vlastná podmnožina nekonečnej množiny môže byť s ňou samou ekvivalentná. **Bernard Bolzano** dospel až



k pojmom mohutnosti množiny a mohutnosti kontinua, ale nevyužil ich. Medzi prvými pochopil význam nekonečna v matematike a vytušil dôležitosť presných definícií. Napísal: *Konečné a nekonečné sa vzťahuje na určité vnútorné vlastnosti predmetov a vôbec sa netýka len ich vzťahov k našej poznávacej schopnosti či dokonca k našim zmyslom.* S poznaním Bolzanových filozoficko-matematických predstáv rastie aj naše presvedčenie, že sa dá vystihnúť možné ako skutočné, že je prípustné obmedzenie neukončeného, že aj nekonečnu patrí naprostá určitosť. V dnešnej psychoanalýze matematiky (teórie množín) majú Bolzanove názory o zmysle a význame aktuálneho nekonečna nezanedbateľnú úlohu.

Pozorne vnímal aj spoločenské okolie

Otvorene a netradične sa vyjadroval nielen o problémoch náboženských, mravných, ale aj o sociálnych a národných. Vnímal právo poddaných na odpor



proti nespravodlivosti. Svoje utopické predstavy o riadení spoločnosti zverejnil **Bolzano** v práci *O najlepšom štáte* (prvá verzia bola napísaná v 20. rokoch 19. storočia, v roku 1831 ju venoval svojej priateľke A. Hoffmannovej, neskôr prácu dopĺňal a upravoval, dokončená bola až v prvej polovici 40. rokov, rukopis koloval medzi priateľmi a bol opisovaný; tlačou práca vyšla nemecky v roku 1932 a česky roku 1934). Je odrazom ideí o všeobecnom blahu ako najvyššom mravnom zákone, uznaním toho, že *podstatné je cítiť v každom človeku dôstojnosť ľudskej prirodzenosti.* Vždy sa snažil ukazovať ako zabrániť neospravedliteľnému zlu a neľudskému trápeniu, ako spojiť tvorivý intelekt,

nezištnú spoluprácu a slúžiacu zodpovednosť spoločenskej praxe. *Nič na svete nesmieme mať za istejšiu a nepochybnejšiu ako zásadu, že všetci pozemšťania sa vyznačujú v podstate rovnakou prirodzenosťou a majú podstate rovnaké práva... Každý boháč namiesto toho, aby si robil nárok na zvláštne prejavy úcty, by mal cítiť kvôli svojmu bohatstvu potrebu ospravedlnenia a obhajoby.*

Premýšľavé náboženstvo

Katolícky osvietenec **Bolzano** vedel, že výchova a vzdelávanie sú užitočným prostriedkom pre zušľachtenie každého človeka i ľudstva ako celku. Chcel ukázať kresťanstvo v súlade s ľudským intelektom a presvedčiť o zmysluplnej spolupráci náboženskej viery a kritického myslenia v živote každej osobnosti. *Pri výklade každej pravdy, ktorá se má státi přesvědčením žáků, je nutně třeba dbáti této zásady: aby všechny námitky, které proti ní vzneseny,, byly aspoň krátce dotčeny, neboť setká-li se žák později s některou z těchto námitek, které mu byly zamlčeny, jest jen zřídka s to, aby ji bez návodu patřičně rozřešil, a jest pak ve své víře zmaten.* Rozvoj kritického myslenia je aj doménou logiky, metodológie vied i matematiky. V nich sú podnetné impulzy nielen pre vzdelanosť (logická stavba prejavu, znalosť definícií pojmov, argumentmi podložený výklad), ale aj pre mravnosť, múdrosť i cnosť každého človeka v nezištnej činorodej spolupráci celého ľudstva.

Z odkazu a pre spomienku

Pripomeňme si ešte niekoľko myšlienok, ktorými sa učiteľ náboženstva a filozofie **B. Bolzano** zapísal do srdca svojich kolegov i žiakov:

- *Byť šťastným a iných obšťastňovať – to je pravé poslanie človeka... Priznajme sa pred celým svetom, že potrebujeme lásku, milovať a byť milovaní.*
- *Musíme byť rozhodní. Priľnúť k pravde, k dobrej veci ľudstva a nie sa chcieť zapáčiť nejakej skupine, nejakej súdnej stolici... Odvahu potrebuje aj učiteľ, pretože pravá osveta vždy naráža na odpor: v každej krajine sa nájdú ľudia, pre ktorých je čistá pravda soľou v očiach...*
- *Pravá veselosť nielenže neuberá z ľudskej dôstojnosti, ale je aj podstatnou podmienkou jej dokonalosti... Zo všetkých možných spôsobov jednania vyber vždy ten, ktorý po uvážení všetkých dôsledkov najviac prispeje k blahu celej spoločnosti.*
- *Múdry človek nie je nikdy pyšný a spupný; skôr o sebe zmyšľá skromnejšie ako iní... nechce panovať nad inými, ale nechce tiež byť ich sluhom...*



Pedagogika ako súlad slov a skutkov

Z odkazu významných učiteľov, ktorí dokázali zosúladiť slová so skutkami a osobným životom zostane vždy niečo pozitívne vo vedomí ich žiakov, aj keď sa ich cesty rozídu. Takou pedagogickou osobnosťou bol bez pochyb aj profesor

Bernard Bolzano, ktorý si ešte ako začínajúci vychovávateľ predsavzal: *Mojou prvou povinnosťou musí byť, aby som si získal lásku svojich žiakov*. Svojou výchovno-vzdelávacou činnosťou povzbudil mnohých v presvedčení, že pravdivé poznanie, cnostná mravnosť a nezištná osvetová spolupráca prispievajú k dokonalosti ľudského rodu. Pedagogické umenie je aj v tom, systematicky zušľachťovať zároveň ľudský um aj cit. K tomu patrí aj skromné, dôstojné a láskavé vystupovanie v škole aj na verejnosti. Od učiteľov na základných alebo na stredných školách nemusíme vyžadovať nadpriemerné vedomosti, ak *učiteľ bude človek dobrý, so zdravým rozumom a veselou myslou, ak bude mať trochu lásky pre povolanie a ak bude náležite poučený, ako si v učiteľskej službe počínať*.

Dnes je možno zrejme



Bolzano mal nesporne špekulatívne nadanie a schopnosť kriticky posudzovať logickú argumentáciu. Ponúkal svoje názory, ku ktorým sa dopracoval svojím intelektom sám, aj keď často neboli podporované dôverou všetkých. Napriek tomu, bol svojím okolím považovaný za zbožného, veľmi vzdelaného a duchom osvieteného kňaza, ktorý v nezištnej spolupráci s blíznymi napomáhal blahu celého ľudstva. *Ani v hodinách najťažšej bolesti som nezakolísal vo viere v Boha a jeho prozreteľnosť*. Katolícka kresťanskosť, ale aj duchaplné logicko-matematické predstavy mu prinášali nepochybnú radosť krehkého tela a povznášajúcej sa duše. Vnímal každú hlbokú náboženskú vieru i rozsiahle logicko-matematické vedomosti ako dve strany univerzálnej mince – ľudskej intelektuálnej schopnosti poznávať pravdu samú o sebe. Dnes je možno zrejme, že univerzitný učiteľ **Bernard Bolzano** zanechal zmysluplný odkaz láskavej múdrosti nielen v spoločensko-náboženskej oblasti, ale aj na poli vedecko-matematickej metodológie. Možno aj pre nás, učiteľov matematiky na všetkých druhoch a stupňoch škôl, zostanú aspoň trochu inšpirujúce jeho slová: *Slabý matematik nebude nikdy mocným filozofom... aby to, čo možno bolo povedané nejasne, bolo vysvetlené jasnejšie, to, čo je úplne nesprávne, bolo odvolané, ale všetko správne a pravdivé, aby čo najskôr bolo všeobecne prijaté*.

Žije v našich predstavách

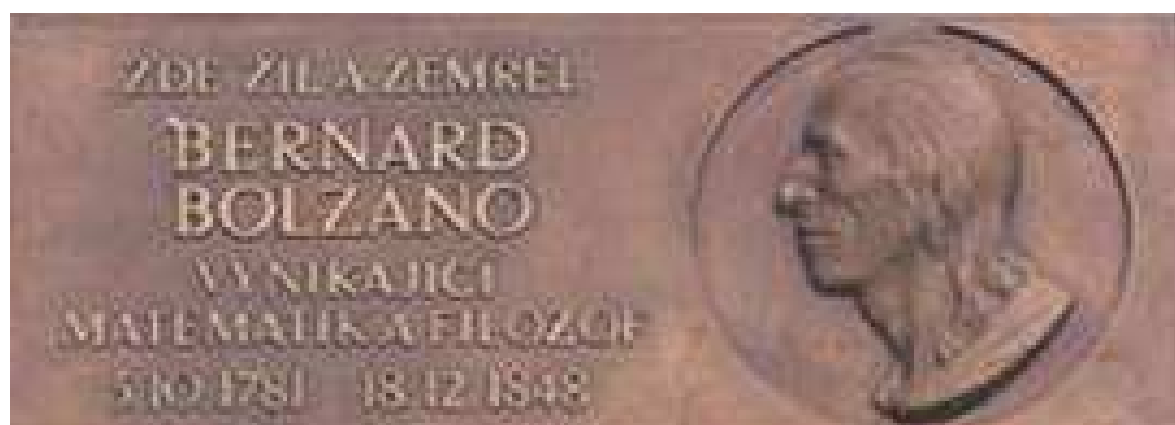
Múdry a ušľachtilý **Bernard Bolzano** zostane dejinách zapísaný ako významný matematik, logik, filozof i sociálny mysliteľ. Ako človek pokrokový, ktorý svoje presvedčenie, vedecké i humanistické, nielen hlásal, ale aj žil. Podarilo sa mu vytvoriť obdivuhodné dielo zjednocujúce morálne ideály s prísnu vedeckou metódou, praktické postupy bádania s teoretickou logikou, oduševnenie pre pojmovú usporiadanosť so skutočnými formami pravdy a sveta. Myšlienka Isokratova, ktorú použil ako motto svojej prvej vedeckej práce, je

zaujímavým postrehom, výstižnou charakteristikou i podnetným impulzom: *Vo vedách i vo všetkých ostatných oblastiach neprinášajú pokrok tí, ktorí krčovitě zotrývajú na ustálenom stave vecí, ale tí, ktorí sa usilujú o lepšie, tí, ktorí sa odvážia stále meniť všetko, čo nie je v poriadku.*

Bernard Bolzano, profesor pražskej univerzity, mimoriadny zjav českej



kultúrnej minulosti, si odžil svoj neľahký osud v silovom poli medzi etikou a matematikou, náboženstvom a logikou. Stal sa príkladom zosúladenia korektného vedeckého záujmu s ušľachtilou ľudskosťou mravnej autority. Prispel k harmonizácii pojmovej usporiadanosti so skutočnými formami pravdy vo svete. Ako nezabudnuteľná učiteľská osobnosť viedol študentov ku kritickému a nezaujatému mysleniu, k odvahe sa slobodne vyjadrovať a správne argumentovať, aby pravda bola ľahšie nájdená, zrozumiteľnejšie vyložená a účinnejšie pochopená. Zostane zapísaný nielen medzi najprenikavejších mysliteľov 19. storočia v Čechách, ale aj do množiny nezabudnuteľných postáv európskej kultúrnej civilizácie.



Mária G. AGNESIOVÁ – s matematickým talentom v rehoľnej službe

Nadaná na jazyky i matematiku

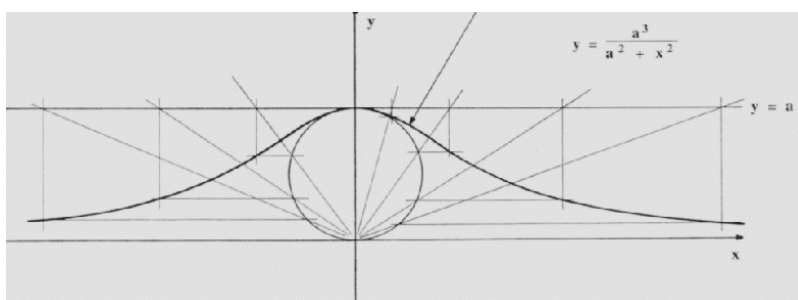


O tejto Talianke sa hovorilo, že už päťročná vedela po francúzsky a ako jedenásťročná už plynulo rozprávala po latinsky i grécky a trinásťročná aj po hebrejsky. Neskôr sa dohovorila španielsky i nemecky. Bola dcérou Pietra Agnesiho, profesora matematiky, ktorý sa postaral o to, aby **Mária Gaetana** (16. 5. 1718 – 9. 1. 1799), ktorá mala hlboké prirodzené intelektuálne predpoklady, získala všestranné vzdelanie od najlepších domácich učiteľov jazykov, matematiky, fyziky i filozofie. Deväťročná preložila z taliančiny do latinčiny článok o obhajobe práva žien na vzdelanie. Jej učiteľmi boli hlavne jej otec a rehoľník Rampinelli. Učiteľské schopnosti vyskúšala **Mária** najskôr v rodine, mladším súrodencom napísala *Počtovnicu*. Už ako 19-ročná študovala matematické práce Fermata, Descarta, Newtona. V rokoch 1748–1749 publikovala v Miláne svoje dielo zo základov matematickej analýzy. Tam vyložila nielen tradičné partie z algebry a analytickej geometrie, ale i vtedajšiu novinku – diferenciálny a integrálny počet. Kniha bola preložená aj do angličtiny a francúzštiny. Dielo vzbudilo ohlas aj u panovníčky Márie Terézie a **Mária Gaetana** získala aj členstvo v Bolonskej akadémii vied i medailu od pápeža Benedikta XIV. Po smrti svojho otca (1752) vymenila **Mária** matematiku za teológiu a odriekanie kvôli vede za život podľa evanjelia. Rozhodla sa ponúkať starým a chorým ľuďom v chudobinci nádej na posmrtnú blaženosť. Vstúpila do kláštora a vytrvala v nezištnej ošetrovateľskej službe až do svojej smrti. Ani nebola pochovaná v katedrále, ale v opustenom hrobe.



Čarodejnica

S menom **Mária Gaetana Agnesiová** je spojené aj pomenovanie zaujímavej krivky, ktorú nazývame **Čarodejnica**. V karteziánskej sústave súradníc má táto krivka rovnicu $y^2x + a^2(x - a) = 0$.





Výklad o tejto krivke začína geometrickým faktom, že ak zodpovedajúce si body krivky a určitej polkružnice majú zhodné súradnice, štvorec súradníc je ku štvorcu polomeru polkružnice v takom istom pomere, v akom by súradnica rozdelila priemer polkružnice. Krivku predtým študoval aj Fermat (1601–1665) a Newton (1643–1727), ale nikto ju tak dôkladne nepreskúmal ako **Agnesiová**. Neskôr skomolením pomenovaní získala nevinná krivka názov *Agnesiina čarodejnica*. Neskôr sa krivka na zbožnej talianskej matematicke aspoň trochu odčínala, keď jeden z kráterov planéty Venuša dostal (r. 1991) meno *Agnesi*.

Medzi úspešnými

V milánskej Ambroziánskej knižnici sú medzi literárnymi pokladmi od Vergília, Leonarda da Vinci, Karola Boromejského a Galilea Galileiho, uložené aj matematické, teologické a charitatívne rukopisy Márie Gaetany Agnesiovej.



Sophus LIE – vnímal matematické úlohy v ich všeobecnosti

Kto to je?



V odbornej matematickej literatúre sa dozvieme: Vo fyzike elementárnych častíc (kalibračné teórie a teória strún) sú Lieove grupy podstatné. „Mimoriadny význam diela S. Lie pre všeobecný rozvoj geometrie nemôže byť precenený; som presvedčený, že v budúcnosti bude stále narastať“ (F. Klein; 1849–1925). Kto bol **Sophus Lie** (17. 12. 1842 – 18. 2. 1899)?

Stručne zo života

Bol šiestym a najmladším dieťaťom luteránskeho kňaza v Nórsku. Vyrastal v Mosse neďaleko Kristiánie (dnes Oslo). V Oslo vyštudoval gymnázium aj univerzitu (1859–1865). Ovplynul ho matematik Ludvig Sylow, aj keď neodhalil hneď jeho matematický talent. **Marius Sophus Lie** mal nielen intelektuálne nadanie, ale bol aj telesne zdatný a vynikal v športoch (napr. v gymnastike). Pre matematiku sa rozhodol (1868) až keď sa zoznámil s dielami Plückerera a Ponceleta z modernej geometrie. V Berlíne (1869–1870) sa stretol so známym nemeckým matematikom Felixom Kleinom. V lete 1870 sa stretol v Paríži s francúzskymi matematikmi Darbouxom a Jordanom. Za prusko–francúzskej vojny dočasne zatkli Nóra **S.M. Lie** ako špióna, lebo si pomýlili jeho matematické poznámky s tajnými šifrovanými vojenskými správami. Od roku 1872 bol profesorom matematiky v Oslo, v roku 1874 sa oženil (mal dve dcéry a syna). Od roku 1886 pôsobil v Lipsku. Bádala, prednášal, bol unavený z vedenia slabých a nesamostatných doktorandov. Dostal sa aj do konfliktov s kolegami (v roku 1892 aj s F. Kleinom), trpel nespavosťou a depresiami, chýbal mu duchovný vplyv nórskej prírody. V roku 1898 sa **Lie** vrátil do Nórska. Ochorel zhubnou anémiou. Je pochovaný na cintoríne v Oslo.

Odborné práce

Sophus Lie pochopil, že o priestore možno uvažovať aj tak, že jeho základnými prvkami nie sú body, ale zložitejšie objekty (priamky, krivky i plochy). Usiloval sa porozumieť skúmaným matematickým úlohám v ich všeobecnosti. Spoznal, že medzi transformačnými grupami a všeobecnými symetriami sú podstatné súvislosti. Hneď pochopil, prečo F. Klein definoval geometriu ako skúmanie tých vlastností priestoru, ktoré sú invariantné vzhľadom k nejakej grupe transformácií. *Keby som len vedel, ako vzbudiť záujem matematikov o transformačné grupy a ich aplikáciu na diferenciálne rovnice... Položil som si prirodzený problém: vybudovať všeobecnú teóriu integrácie pre všetky diferenciálne rovnice, ktoré pripúšťajú konečné alebo infinitezimálne transformácie.* **Lie** vytušil, že jeho teória transformačných grúp sa dá použiť na vybudovanie užitočnej teórie pre riešenie diferenciálnych

rovníc. Spolu s G. Scheffersom vydal (1891) *Prednášky o diferenciálnych rovniciach*. Jeho veľké dielo o transformačných grupách bolo publikované (spolu s F. Engelom) v rokoch 1888–1893.

Poznámky na záver



Marius Sophus Lie ovplyvnil diferenciálnu geometriu, prehĺbil výskum teórie diferenciálnych rovníc. Spoznal, že niektoré fyzikálne zákony majú grupový teoretický charakter. *Moje životné dielo prekoná všetky skúšky času a bude stále viac oceňované, o tom nepochybujem.* **Sophus Lie** sa stal významným nórskym matematikom a svojim dielom hlboko ovplyvnil celé matematické poznanie. *„Znalosť klasických základov a moderných grupových teoretických metód sa stala dôležitou súčasťou matematickej kultúry pre každého, kto zostrojuje a skúma matematické modely problémov vzatých z prírody“* (N.H. Ibragimov). V roku 1992 vydal Kráľovská nórska akadémia vied a písomníctva pamätnú medailu s portrétom **S. Lie**. *„Musíte byť matematikmi, aby ste mohli pociťovať tú zvláštnu krásu, akú môže poskytnúť matematická veta alebo obdivovať línie dovŕšených partií tejto vedy“* (L. Sylow).



Pierre Simon LAPLACE – talent zamilovaný do matematiky

Pojem nielen matematický

Prezývali ho „Newton Francúzska“. S jeho menom sú spojené pomenovania niektorých matematických pojmy (transformácia, rovnica, integrál, operátor, vzorec). Pomenoval základnú dĺžkovú jednotku názvom *meter*. Starostlivo si strážil čo jeho je – peniaze, veci i ženu. Mal rád poriadok a systém. Chcel poznať budúcnosť na základe minulosti. Stal sa zástancom matematickej analýzy a štatistiky. Jeho plné meno aj s titulmi znie: **Pierre Simon Count Marquis de Laplace**.

V priebehu života



Pozemský svet uvidel na francúzskom vidieku v kraji Calvados (**28. 3. 1749** v Beaumont-en-Auge, Normandia). Nemal v rodine akademicky vzdelaných príbuzných. Rodičia chceli z neho mať kňaza. Šesťročný začal chodiť do benediktínskej školy, šesťnásťročný bol vynikajúcim študentom u jezuitov a nastúpil na univerzitu v Caen študovať teológiu. Odlákal ho matematický talent spoznaný jeho učiteľmi. Po ukončení dvojročného štúdia odišiel mladý

Pierre Laplace do Paríža, aby poznal a mohol študovať u d'Alamberta. Ten sa postaral o jeho matematické vzdelanie a zabezpečil mu aj miesto profesora na vojenskej škole, kde skúšal (1785–1786) aj Napoleona Bonaparta ako kadeta Kráľovského delostrelectva. **Laplace** sa oženil (1788) so ženou o 20 rokov mladšou. Mali spolu syna (1789) a dcéru. Bol členom Komisie pre miery a váhy (1790–1793), riaditeľom observatória v Paríži (1795). Získal členstvo v parížskej Akadémii vied (1773) aj v londýnskej Kráľovskej spoločnosti. Zomrel 5. marca 1827 v Paríži.

Vo víroch pragmatickej politiky

Laplace bol známy aj tým, že upravoval (pomerne rýchlo a ľahko) svoje názory o chode spoločnosti v súlade s jej politickými zmenami. Aj keď sa nenaháňal za verejnými funkciami, získal pocty od Ľudovíta XVIII., aj od Napoleona. Ako krátko pôsobiaci (asi šesť týždňov v roku 1799) minister vnútra za Napoleona mal **Laplace** veľmi malý zmysel pre vládnutie (Napoleon to neskôr označil slovami: *Do štátnej správy vnášal ducha nekonečne malých veličín*). Bol členom senátu (1803), grófom sa stal v roku 1806 a markýzom v roku 1817. **Laplace** sa nesnažil ovplyvňovať politické dogmy vedeckými názormi, hľadal akademickú prevahu a odborný vplyv vo vede. Uznával hierarchiu založenú na odbornej inteligencii,



konkrétnych vedomostiach a zodpovednej práci. Podporoval obnovenie monarchie (1814), odmietol podpísať dokument francúzskej Akadémie vied, ktorý zvyrazňoval slobodu tlače. Eric Sartori, francúzsky historik a popularizátor vedy, ohodnotil politické víry okolo Laplacea slovami: *Človek, ktorý dokázal, že na nebesiach vládne systém, žiadal od vládcov iba to, aby zaistili verejný poriadok bez tyranie, príslušný rešpekt k inteligencii a slobodu nevyhnutnú pre rozvoj vedy.*

V osídlach vedy



Prvé matematické príspevky (o extrémoch funkcií a diferenciálnych rovniciach) predniesol (1770) v Akadémii vied v Paríži. Za necelé tri roky ponúkol 13 príspevkov. *Ak sa obmedzujeme len na zhromažďovanie faktov, veda bude iba sterilným záznamom a nikdy nespoznáme veľké zákony prírody. Len porovnávanie javov a hľadanie ich vzájomných vzťahov vedie k objavom zákonov.* Francúzsky matematik, fyzik a astronóm **Laplace** vysvetlil teóriu o vzniku slnečnej sústavy z mraku chladného plynu a prachu, ktorý sa gravitačným zhustením zohrial a roztočil. Planéty sa zrodili z odtrhnutého pásu žeravého plynu. **Laplace** pochopil povahu tepla ako energie spojenej s pohybom molekúl. Ovplyvnil fyzikálnu problematiku termiky i akustiky. Skúmal molekulárne sily kvapalín v kapilárnych javoch a pohyb kvapalín prostredníctvom diferenciálnych rovníc hydrodynamiky. Matematicky spracoval teóriu hazardných hier, metódu variácií konštant, metódu štvorcov i teóriu vytvárajúcich funkcií. Zaviedol pojem potencionálu a silového poľa, ponúkol predstavu diferenciálnych operátorov na funkcie a rozvoj funkcií do číselných radov.

Najznámejšie je jeho monumentálne päťzväzkové dielo *Nebeská mechanika* (1799–1825). Boli v ňom zhrnuté výskumy tvaru Zeme, teória pohybu Mesiaca, problém troch telies i názor o poruchách v pohybe planét. K jeho významným publikačným prácam patria: *Výklad systému sveta* (1796), *Analytická teória pravdepodobnosti* (1812), *Filozofická esej o pravdepodobnosti* (1814). **Laplace** úspešne uplatnil matematické a fyzikálne poznatky pre konkrétnu prax. Spoznal, ako postupovať od javov k ich príčinám a odhadnúť pravdepodobnosť fyzikálneho javu, ktorý vyplýva z určitej príčinnej série udalostí (*Pojednanie o pravdepodobnosti príčin na základe javov*). Skúmal ako možno dôveryhodne usudzovať o budúcnosti na základe minulosti, odhaľoval uplatňovanie matematických závislostí vo vzťahu k fyzikálnej realite.

Poslanie matematiky

Laplace podstatne ovplyvnil aj výučbu a profiláciu *École normale* i *École polytechnique*. Snažil sa o rovnováhu medzi praktickou a teoretickou výučbou.

Systematicky podporoval aj školskú matematiku nielen preto, že je matematika nenahraditeľným jazykom vedy, ale aj preto, že matematické metódy umožňujú seriózne dôkazy prírodovedných, technických a technologických projektov. *Pri vyučovaní dávajte prednosť najvšeobecnejším metódam. Prinúťte sa k tomu, aby ste ich vysvetlili čo najjednoduchším spôsobom a hneď uvidíte, že sú skoro vždy najľahšie.*

Laplace, Euler a Lagrange s svojimi matematickými výkonmi vytvorili matematické centrum svojej doby. Zaujímavo vyhodnotil súdobé matematické úsilie F. Arago (1786–1853): *Päť matematikov – Clairaut, Euler, d’Alembert, Lagrange a Laplace – si rozdelilo medzi sebou svet, existenciu ktorého odhalil Newton. Objasnili ho v každom smere, prenikli do oblastí, ktoré boli považované za neprístupné, ... podrobili všetko jednému princípu... Matematika dostala odvahu k úvahám o budúcnosti.*



Z myšlienok a ohlasov

Laplace pochopil význam mohutných síl pôsobiacich v nesmiernych priestoroch aj v neuveriteľne malom svete molekúl. Chápal svet vo svojom bytí ako jednoznačne determinovaný, avšak človeku, v dôsledku jeho obmedzených schopností, prístupný iba v pravdepodobnosti. Spoznal nenahraditeľnú úlohu matematického myslenia vo vzdelávaní nielen vedeckej elity, ale aj pre všeobecné formovanie ľudského ducha. Prispel k vytváraniu vedeckých štruktúr, ktoré sú založené na zmysluplnej rozumovej poznávaní a svedomitej odbornej činnosti. Uvádzame niekoľko jeho postrehov:

- *Štruktúry nášho vesmíru, ktoré obsahujú najviac hmoty, sú možno neviditeľné.*
- *Túto hypotézu som nikde nepotreboval* (odpoveď na poznámku Napoleona, že Newton sa zmieňoval aj o Bohu).
- *Nič by nebolo neistým – budúcnosť i minulosť by sa v jej očiach ako prítomnosť javili* (presvedčenie, že tak by to bolo pre inteligenciu, ktorá by poznala všetky sily a postupy matematickej analýzy).
- *Čo my vieme, je nepatrné, čo nepoznáme je nesmierne.*
- *Objav určitej pravdy patrí iba tomu, kto ju ako prvý dokáže.*



Pierre Simon Laplace nepochybne patrí (aj keď neboli všetky jeho poznatky správne – kalorická teória tepla, vesmír ako dokonalý stroj, bezbrehá mechanická príčinnosť) medzi najznamenitejších vedcov všetkých dôb. Matematickými metódami, v teórii pravdepodobnosti a fyzikálnej astronómii, ovplyvnil celý vedecký svet. Čas a prostredie, v ktorom vo Francúzsku žil, boli už priestorom, v ktorom povolanie úspešných vedcov začínalo prinášať bohatstvo i pocty.

Henri POINCARÉ – psychológ matematiky

Tvorivé sny

Po niekoľkých neúspešných pokusoch o vyriešenie neľahkej matematickej úlohy sa rozhodol ísť skôr večer spať. Urobil to zámerne, lebo vedel, že ráno sa mu pracuje lepšie. Nad ránom sa mu snívalo, že prednáša študentom, práve tú tému, ktorou sa večer zaoberal. Úlohu vo sne vyriešil. Zobudil sa. Vedel, že to bol sen. Na postup riešenia si však spomenul a poznačil si ho na papier. Zistil, že riešenie je správne. A to sa nestalo iba raz.

Univerzálny matematik



Francúzsky matematik a teoretický fyzik **Jules Henri Poincaré** (1854–1912), jeden z posledných univerzálnych matematikov, člen viac než 35 akadémií vied a vedeckých spoločností, ovládal mimoriadne bohatú oblasť problémov čistej i aplikovanej matematiky. Napísal asi 1300 odborných statí a 30 knižných publikácií. Jeho výskumy ovplyvnili teóriu diferenciálnych rovníc, matematickú fyziku, teóriu pravdepodobnosti. Zaviedol základné pojmy kombinatorickej topológie. Sformoval ideu princípu relativity a rozvinul dôsledky relativistickej koncepcie fyziky. Zo svojich matematických a fyzikálnych štúdií vyvodzoval všeobecné filozofické závery, ktoré ovplyvnili chápanie postavenia prírodných vied.

Rodinné zázemie

Poincaré pochádzal z rodiny s lekárskou a lekárnickou tradíciou. Otec bol profesorom lekárskej fakulty. Jules Henri sa narodil **29. apríla 1854** v Nancy (Lotrinsko). Menom Jules ho neoslovovali. Päťročný ochorel na záškrt, po ktorom stratil reč i pohyblivosť nôh. Našťastie následky neboli trvalé. Práve vtedy získal rozvinutú sluchovú pamäť a schopnosť sústredene premýšľať. Už v detstve veľmi veľa čítal. V lýceu vynikal v dejepise a zemepise, ale mal ťažkosti s krasopisom. Pri riešení geometrických úloh ukázal originálne postupy. Učiteľ matematiky povedal (1868) jeho matke: „*Madam, váš syn bude veľkým matematikom.*“ **Poincaré** dvakrát zvíťazil v celoštátnych súťažiach v riešení úloh pre žiakov lýceí. V dvojročnej École polytechnique patril medzi troch najlepších študentov školy. Pre ďalšie štúdium si zvolil Banskú vysokú školu a v roku 1879 sa stal bankským inžinierom.



Profesor, akademik

Matematické štúdiá zavŕšil prácou, ktorá mu umožnila prednášať na vysokej škole v Caen. Tam sa intenzívne pustil do vedeckej práce. V roku 1881 bol dvadsaťsedemročný **Poincaré** povoláný na Parížsku Sorbonnu, kde sa v roku 1885 stal profesorom a viedol katedru matematickej fyziky a počtu pravdepodobnosti. Zároveň aj riadil parížske observatórium. Za člena Akadémie vied bol zvolený v roku 1887. Cenu švédskeho kráľa za práce o probléme troch telies získal v roku 1869.

Vynikajúca pamäť mu umožnila zaujímavý štýl práce. **Poincaré** si nepísal skoro žiadne poznámky, pomocné výpočty ani náčrty. Vždy si všetko premyslel v hlave a písal pomocné riešenia. Matematiku nechápal ako jednoduchú mechanickú aplikáciu logiky. Veľmi vyzdvihoval úlohu intuície ako nástroja objavu. Tvoriteľ v matematike znamená vedieť rozpoznať, umenie vedieť vybrať podstatné a dôležité: *...práca matematika nie je mechanická a nemožno ju zveriť žiadnemu stroju, nech by bol akokoľvek dokonalý. Problém nie je v tom, zostaviť pomocou daných pravidiel čo najviac kombinácií. Tieto kombinácie by boli príliš početné, neužitočné... Skutočná práca vedca spočíva vo výbere kombinácií tak, aby sa vylúčili neužitočné, no ešte skôr v tom, aby sa neužitočné vôbec nezostavovali. Pravidlá, ktoré je treba pri tom používať, sú tak jemné a presné i okrajové, že ich takmer nemožno vyjadriť slovami: lepšie sa cítia, než formulujú.* **Poincaré** vytušil dôležitosť matematickej krásy, pôvabu i elegancie. Bol presvedčený, že *matematikom sa nemožno stať, matematikom sa treba narodiť.*

Spisy a dielo

Vymenujme aspoň niekoľko oblastí, ktoré **Poincaré** obohatil výsledkami svojej práce. Vytvoril modely neeuklidovských geometrií, objavil automorfne funkcie komplexnej premennej, položil základy kvalitatívnej teórie diferenciálnych rovníc, prispel k základom teórie dimenzie topologických priestorov, ovplyvnil predstavy o časopriestore, študoval problémy stability dráh planét. Zaoberal sa aj teóriou potenciálov, optikou, vedením tepla, elektromagnetizmom, hydrodynamikou, nebeskou mechanikou. Veľa síl venoval všestranným úvahám o predpokladoch vedeckého poznania, o metodológii vedy. Napr. diela *Veda a hypotéza* (1902), *Hodnota vedy* (1906), *Veda a metóda* (1908). Jeho zobraťé spisy, publikované v rokoch 1916–1954 obsahujú 10 zväzkov.



Spomienka a odkazy

Uveďme niekoľko stručných postrehov, ktorých autorom je **Henri Poincaré**:



- *Vedec neštuduje prírodu preto, že by to bolo pre neho užitočné, študuje preto, že mu to prináša potešenie, a potešenie mu to prináša preto, že príroda je nádherná. Keby nebola nádherná, nestálo by za to vedieť, a keby nestálo za to vedieť, nestálo by za to žiť.*
- *Veda sa robí z faktov ako dom z tehál, no hromada faktov ešte nie je vedom, tak ako hromada tehál nie je domom.*
- *O všetkom pochybovať alebo všetkému veriť, to sú dva postoje rovnako pohodlné, lebo jedno aj druhé nás oslobodzuje od rozmyšľania.*
- *Medzi vybranými kombináciami najplodnejšie bývajú často tie, ktoré sú tvorené prvkami vzatými zo sfér vzájomne veľmi odľahlých. Nechcem tým povedať, že najlepšie pre vynachádzanie je spájať objekty čím rôznorodejšie; väčšina kombinácií, ktoré sa takto skladajú, bude úplne neplodná. Ale niektoré z nich, zaiste veľmi zriedkavé, sú najplodnejšie zo všetkých.*
- *Logikou sa dokazuje, intuíciou sa vynachádza.*
- *Užitočné kombinácie v matematike sú práve tie najkrajšie. Preto zvláštny estetický cit slúži často ako sito, a to dostatočne vysvetľuje, že nikdy nebude skutočným tvorcom ten, kto ho nemá. Pocit matematickej krásy, harmónie čísel a vzorcov, geometrickej elegancie je skutočne estetický pocit, ktorý dobre poznajú všetci praví matematici.*

Tvorivosťou ducha prekonávame prírodu

Najväčší matematik na prelome storočia zomrel po ľahkej operácii na embóliu 17. júla 1912. Zanechal originálne podnety pre rôzne matematické disciplíny, psychológiu i filozofiu matematiky, teoretickú fyziku i metodológiu vedy. *Nie je možné tvoriť vedu iba pre jej aplikácie. Pravdy sú plodné len vtedy, ak medzi nimi existuje vnútorná súvislosť. Ak hľadáte iba také pravdy, od ktorých možno očakávať bezprostredné praktické závery, spájajúci článok sa stratí a reťaz sa rozpadne.* Neúnavne pracujúci vedec **Poincaré** nám odkázal: *Nech je predstavivosť človeka akákoľvek, príroda je tisíckrát bohatšia.*



Stanislaw M. ULAM – dobrodružstvá matematickej činnosti

Pozoruhodná publikácia



Veľmi sympatickou knižkou o matematike je publikácia s názvom *Matematika a logika - retrospektíva a perspektívy* (Praha: SNTL, 1977) z dielne dvojice amerických autorov *M. Kac* a *S. M. Ulam*. Obaja patria k významným matematikom. O jednom z nich sa teraz dozviete viac.

Životný príbeh

Pochádzal z Lvova na Ukrajine. **Stanislaw Marcin Ulam** (13. 4. 1909 – 13. 5. 1984), americký matematik, sa už v mladom veku zaujímal o fyziku i astronómiu (dvanásťročný dostal ďalekohľad). Školskú algebru sa naučil sám z učebnice, zoznámil sa aj s teóriou množín od Sierpiňského. Vyštudoval na polytechnickom inštitúte (1932) v rodnom meste, kde sa zoznámil so známym poľským matematikom Kuratowskim. *Bol som šťastný, keď som vyriešil problém, ktorý mi predložil.* **Ulam** rozšíril (1930) Banachove matematické výsledky o probléme hypotézy kontinua. Od roku 1938 pôsobil **S. M. Ulam** v USA. Postupne pracoval v *Inštitúte perspektívnych štúdií* v Princetone, na Harvardskej univerzite (1940), na univerzite vo Wisconsin. Zúčastnil sa s E. Tellerom na Mannhatanskom projekte výroby vodíkovej bomby v Los Alamos, prispel aj k vývoju nukleárneho pulzného pohonu. Neskôr bol profesorom biomatematiky na univerzite v Colorade. Stal sa členom Národnej akadémie vied USA. Zomrel v Santa Fe.



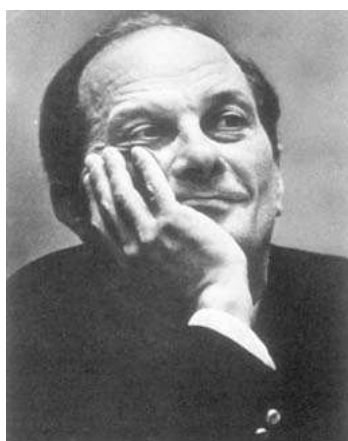
Z diela



Základné práce S. M. Ulama sú z oblasti topológie, funkcionálnej analýzy, teórie pravdepodobnosti a teórie množín (*Sets, Numbers and Universes*. Cambridge: Massachusetts, 1974). Spolu s J. Neumannom (1903–1957) rozšíril použitie metódy *Monte Carlo* v problematike nukleárnej reťazovej reakcie. Bol horlivým zástancom matematických experimentov pomocou počítačov a prispel k rozvoju flexibilného použitia výpočtovej techniky v matematike i v matematickej fyzike. **Stanislaw Ulam** mal fenomenálnu pamäť, myslel oveľa rýchlejšie, ako si stihol zapisovať. Vyjadroval sa o rôznych aspektoch matematiky a jej použitia. *Existenčné dôkazy nie vždy uľahčujú*

*matematikom život... Aj keď možno ľahko dokázať, že prvočísiel existuje nekonečne veľa, bola by potrebná formula pre napísanie ľubovoľne veľkého prvočísla. No tej zatiaľ niet. Ani jeden matematik nemôže na požiadanie napísať prvočísla, napr. s 10 miliónmi cifier, nehľadiac na to, že také nepochybne existuje. Pripravil pôsobivú zbierku ešte nevyriešených matematických problémov (*A Collection of Mathematical Problems*. New York: Interscience Publishers, 1960), popísal dobrodružstvá matematickej práce (*Adventures of a Mathematician*. New York: Charles Scribner's Sons, 1983). Matematika je často útekom od reality. Matematik hľadá akýsi prísľub šťastia v oblasti, ktorá je odlúčená od reality. Pre niektorých je to ako droga... Vo svojom nešťastí nad udalosťami tohto sveta sa niektorí ponoria do akéhosi sebevystačenia si s matematikou.*

Jednoduchý impulz



*Nič nové pod slnkom... Všetko má svoje korene u Archimeda a možno dokonca aj skôr. Z pozoruhodnej publikácie, na ktorú sme upozornili už na začiatku tohto medailónu, uvedieme aspoň niekoľko stručných podnetných myšlienok: Matematika je mikrosvet sám pre seba, má však schopnosť odrážať a modelovať všetky procesy myslenia a možno aj celú vedu... Teória množín je nepochybne základ každej matematiky a jej axiomatické základy (úplnosť; kategorickosť; nezávislosť) sú veľmi dôležité... Už nemožno ostro vymedziť hranice medzi matematikou a tými disciplínami, v ktorých sa používa. Niektoré literárne publikácie sú príjemnou spomienkou na svojich autorov. V tomto prípade aj na zhovorčivého a vtipného matematika s menom **S.M. Ulam**. Každá dobrá myšlienka sa zmestí do 50 slov. Jeho manželka spomínala: Ulam bol veľmi zhovorčivý. Rád argumentoval, diskutoval o problémoch s priateľmi a kolegami. Spoliehajúc sa na svoju fenomenálnu pamäť, všetko si uchovával v hlave.*



Hermann MINKOWSKI – iný pohľad na priestor a čas

Nečakaná predstava



Známym sa stal aj preto, že vytvoril nový pohľad na priestor a čas a tým položil matematické základy teórie relativity. Usúdil (1907) že fyzikálne predstavy Lorentza i Einsteina možno lepšie pochopiť v neeuklidovskom viacrozmernom priestore. Ponúkol predstavu, že priestor a čas nie sú zvláštne od seba nezávislé entity, ale sú spojitým štvorrozmerným časopriestorom. Tieto predstavy využil aj Albert Einstein vo svojej teórii relativity. Nemecký matematik **Hermann Minkowski** (* 22. jún 1864 – † 12. január 1909) tak umožnil názornú interpretáciu Lorentzových transformácií a kinematických javov špeciálnej teórie relativity. *Priestor a čas jednotlivo budú v budúcnosti odsúdené na zmiznutie do tieňov, a len spojenie oboch si zachová skutočne nezávislú existenciu.*

Životný osud

Bol druhým synom nemeckej židovskej rodiny žijúcej v Rusku. Do východopruského Königsbergu sa vrátili v roku 1872. Tu mladý **Hermann** absolvoval všetky stupne škôl aj univerzitu. Tri semestre absolvoval (1882–83) v Berlíne, kde sa spoznal s Dávidom Hilbertom (1862–1943) aj s A. Hurwitzom (1859–1919). **Minkowski** získal doktorát (1885), profesúru (1892) a do roku 1894 pôsobil v Bonne. V rokoch 1896–1902 prednášal v Zürichu (tu jeho prednášky navštívil aj A. Einstein) a od roku 1902 bol vedúcim katedry v Göttingene. V roku 1897 sa oženil a mal dve dcéry. Zomrel náhle na roztrhnutie slepého čreva.

Z vedeckého diela



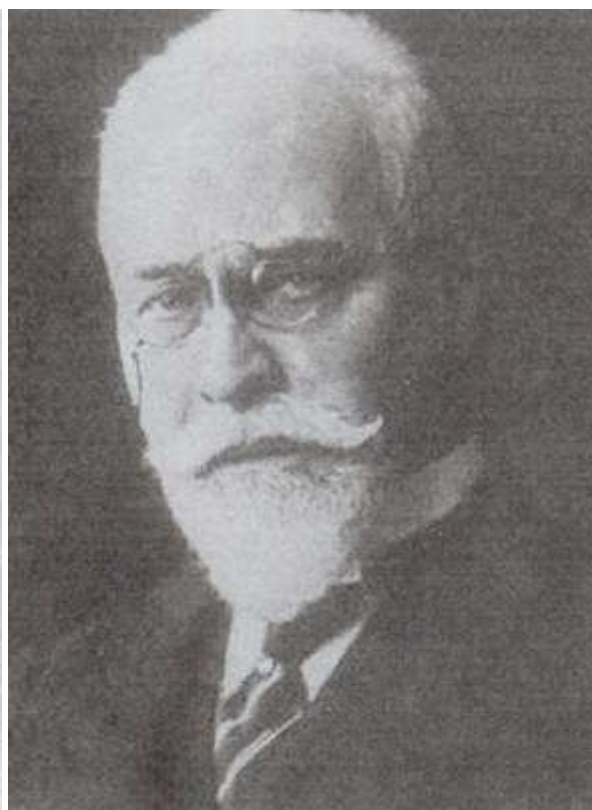
Devätnásťročný získal Veľkú cenu Akadémie vied v Paríži za prácu o rozložení prirodzených čísiel na súčet štvorcov. Neskôr sa stal zakladateľom geometrickej teórie čísiel a vytvoril teóriu kvadratických foriem n premenných s celočíselnými koeficientmi a odvodil celý rad významných nerovností (vydal *Geometria čísiel*; 1896). Zapojil sa aj do riešenia problémov relativistickej fyziky. Vo štvorrozmernom Minkowského priestore našli kinematické efekty špeciálnej teórie relativity názornú geometricкую interpretáciu. Napísal a vydal práce *Princíp relativity* (1907), *Základné rovnice elektromagnetických javov v pohybujúcich sa telesách* (1908) a *Priestor a čas* (1908).

Zaujímavé skutočnosti

Albert Einstein (1879–1955) konštatoval: *Vyjadriť prírodné zákony logicky uspokojivou formou možno len tak, ak ich vyjadríme ako zákony štvorrozmerného priestoročasového kontinua. To je podstata významného metodologického úspechu, za ktorý teória relativity vďaka Minkowskému. Ukázalo sa, že Lorentzove transformácie nadobúdajú geometrickú formu rotácie v štvorrozmernom priestoročase. Minkowski napísal: Celý svet je rozdelený na svetočiary... fyzikálne zákony by sa dali vyjadriť ako vzájomné vzťahy medzi týmito svetočiarami.*



Minkowski poznal Einsteina ako študenta. Asi je pravdou, že raz sa v debata o teórii relativity **Minkowski** vyjadril aj takto: *Pravdu povediac, od Einsteina som to nečakal.*



K výročiam
významných
matematikov

