

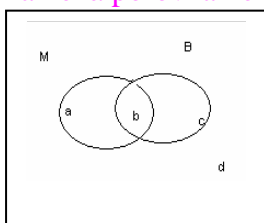
Primerané matematicko–logické podnety

Modrookí blondáci

Úloha: Percento modrookých medzi blondákmi je väčšie ako percento modrookých medzi všetkými ľuďmi sveta. Vyplýva z toho, že percento blondákov medzi modrookými je väčšie ako percento blondákov medzi všetkými ľuďmi sveta? Zdôvodnite.

Riešenie:

Využijeme množinovú schému ($a, b, c, d \in N$), kde $M = a + b$ je počet modrookých ľudí, $B = b + c$ je počet blondákov, $L = a + b + c + d$ je počet všetkých ľudí. Potom zadanie úlohy znamená porovnanie zlomkov



$$\frac{b}{b+c} > \frac{a+b}{a+b+c+d} \Leftrightarrow b \cdot d > a \cdot c$$

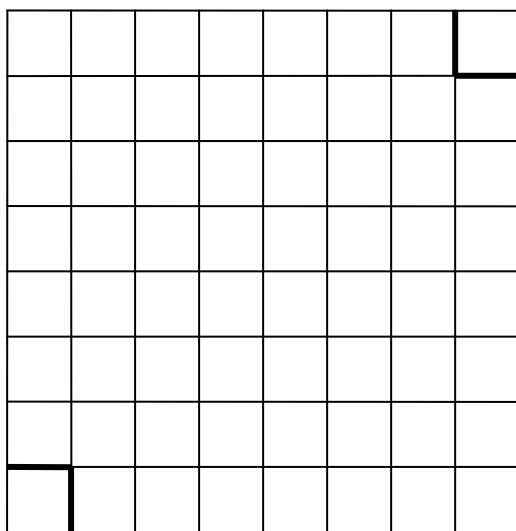
$$\frac{b}{a+b} > \frac{b+c}{a+b+c+d} \Leftrightarrow b \cdot d > a \cdot c$$

Áno, vyplýva to; príslušné nerovnice sú ekvivalentné.

Vystrihnutá šachovnica

Úloha: Ukážte, že ak zo šachovnice (8 x 8 štvorcových políčok) odstrihneme dve políčka v protiľahlých kútoch uhlopriečky, tak takúto „vystrihnutú“ šachovnicu nemožno úplne pokryť „dvojštvorcovými“ obdĺžnikmi.

Riešenie:



Ak si predstavíme aj striedanie štvorcov ako na šachovnici pre šachovú hru (striedavo biele – tmavé), uvidíme, že obe vystrihnuté štvorce majú rovnakú farbu.

Vystrihnutá šachovnica má 32 štvorcov jednej farby, ale len 30 štvorcov tej druhej. „Dvojštvorcové“ obdĺžniky majú vždy jeden štvorek biely a jeden tmavý. Pri postupnom pokrývaní sa vždy pokryje obdĺžnik zložený z dvoch štvorcov rôznych farieb!

To znamená, že takýmto postupom nemožno súčasne pokryť nerovnaký počet bielych a tmavých štvorcov.

Úspora energie

Úloha: Boli zverejnené tri rôzne, od seba nezávislé, vynálezy, ktoré zabezpečovali úsporu 20 %, 35 % a 25 % energie. Niektorí „tiež odborníci“ z toho usúdili, že pri súčasnom použití týchto troch vynálezov bude celková úspora $20 + 35 + 25 = 80$ % energie. Je to naozaj tak? O koľko percent poklesne spotreba energie pri súčasnom uplatnení spomínaných troch vynálezov?

Riešenie:

A. Nech je pôvodná spotreba energie 100 energetických jednotiek (ej). Po uplatnení vynálezu s 20 % úsporou bude spotreba 80 ej . Po uplatnení vynálezu s 35 % úsporou bude spotreba $80 - 0,35 \cdot 80 = 80 - 28 = 52$ ej . Ak uplatníme aj tretí vynález (25 % úspora energie) bude spotreba $52 - 0,25 \cdot 52 = 52 - 13 = 39$ ej . Ušetrí sa $100 - 39 = 61$ ej . To znamená, že spotreba poklesne o 61 %.

B. Prvý vynález má spotrebu 0,8 pôvodnej energie, druhý 0,65 z tej zmenšenej a tretí 0,75 z tej už dvakrát zmenšenej. Pretože vynálezy sa uplatnia naraz a sú nezávislé, tak celková spotreba potom bude $0,8 \cdot 0,65 \cdot 0,75 = 0,39$ pôvodnej spotreby energie. To znamená, že úspora je 61 %. (dmj)